中考数学模试试题　　2025.1

一、选择题（本大题共 10 小题，每小题 3 分，共 30 分）

1．（3 分）京剧是中国的国粹，脸谱是传统戏曲演员脸上的绘画，用于舞台演出时的化妆造型艺术．下列脸谱中不是轴对称图形的是（　　）

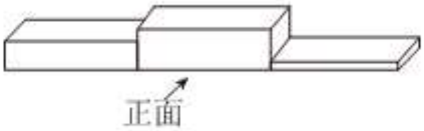
A．　B．　C．　D．

2．（3 分）下列有理数中最小的是（　　）

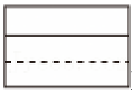
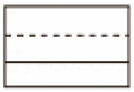
A．$-\frac{1}{2023}$　　B．$\frac{1}{2023}$　　C．$\frac{1}{2024}$　　D．$-\frac{1}{2024}$

3．（3 分）北京时间 2 月 25 日晚，2024 年世界乒乓球团体锦标赛在韩国釜山落下帷幕．中国男、女队双双登顶，分别夺取 11 连冠和 6 连冠．图①是乒乓球男团颁奖现场，图②是领奖台的示意图，则此领奖台主视图是(　　)

图①



图②

A．B．C．D．

4．（3 分）来自 2024 年综合运输春运工作专班的数据显示，2 月 10 日—17 日（农历正月初一至初八），全社会跨区域人员流动量累计 22.93 亿人次．客流量大已成为 2024 年春运的最显著特征，铁路、公路、民航等客运频频刷新纪录．用科学记数法表示 22.93 亿，正确的是（　　）

A．22.93×10^{8}　　B．22.93×10^{9}　　C．2.293×10^{8}　　D．2.293×10^{9}

5．（3 分）春节期间，走进影院看电影，成为不少家庭的新年俗．小华和小明分别从如图所示的四部春节档影片中随机选择一部观看，则小华和小明选择的影片相同的概率为（　　）

A．$\frac{1}{2}$　　B．$\frac{1}{3}$　　C．$\frac{1}{4}$　　D．$\frac{1}{5}$

6.（3 分）下列计算正确的是（　　）

A．$2a^{-1}=\frac{1}{2a}$　B．（－$3a^2$）^{3}＝－$9a^6$　C．（x－y）^{2}＝x^2－y^2　D．（－a）^{4}÷（－a）^{2}＝a^2

7.（3 分）若代数式$\frac{\sqrt{x-2}}{x}$有意义，则实数 x 的取值范围是（　　）

A．$x\neq 2$　　　　B．$x\geqslant 0$　　　　C．$x\geqslant 2$　　　　D．$x\geqslant 0$ 且 $x\neq 2$

8.（3 分）如图，直线 $a\parallel b$，∠1＝65°，∠B＝45°，则∠2 的度数为（　　）

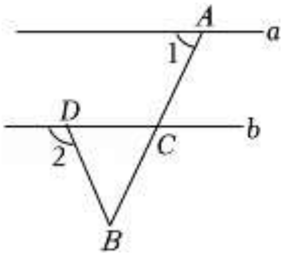
A．105°　　　　B．110°　　　　C．117°　　　　D．125°

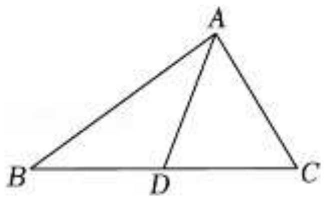
9.（3 分）如图，点 D 是△ABC 的边 BC 上的中线，AB＝6，AD＝4，则 AC 的取值范围为（　　）

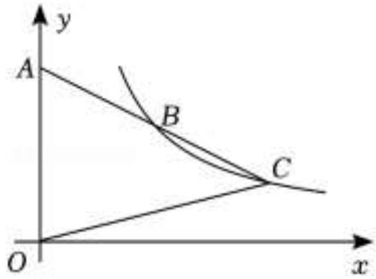
A．2＜AC＜14　　B．2＜AC＜12　　C．1＜AC＜4　　D．1＜AC＜8

10.（3 分）如图，在平面直角坐标系中，△AOC 的边 OA 在 y 轴上，点 C 在第一象限内，点 B 为 AC 的中点，反比例函数 $y=\frac{k}{x}$（x＞0）的图象经过 B，C 两点．若△AOC 的面积是 6，则 k 的值是（　　）

A．3　　　　B．4　　　　C．5　　　　D．6







二、填空题（本大题共 6 小题，每小题 3 分，共 18 分）

11.（3 分）因式分解：m^3－$4m$＝__________________．

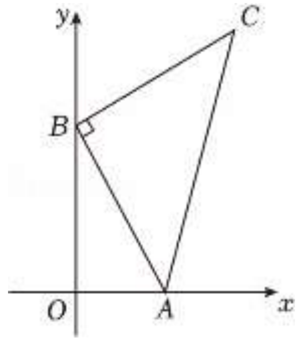
12.（3 分）函数$y=(a-2)x^{a^2-a}$是二次函数，则 a 的值是 _________．

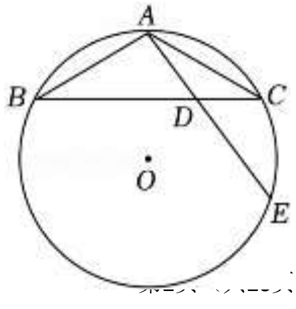
13.（3 分）如图，点 B 的坐标为（0，1），点 A 是 x 轴正半轴上的一动点，以 AB 为边作等腰直角△ABC，使∠ABC＝90°，设点 A 的横坐标为 x，点 C 的纵坐标为 y，则 y 与 x 的关系式为 ____________．

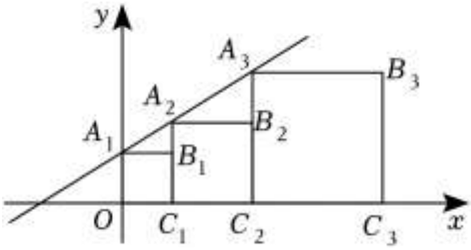
14.（3 分）已知 a、b 满足，$a^2+2a-3=0$，$b^2+2b-3=0$，且 $a\neq b$，则$\frac{a}{b}+\frac{b}{a}=$______________________．

15.（3 分）如图，△ABC 是⊙O 的内接三角形，AB＝AC，∠BAC＝120°，D 是 BC 边上一点，连接 AD 并延长交⊙O 于点 E．若 AD＝4，DE＝6，则⊙O 的半径为 ___________________．

16.（3 分）在平面直角坐标系 xOy 中，记直线 $y=x+1$ 为 l，点 A_1 是直线 l 与 y 轴的交点，以 A_1O 为边作正方形 $A_1OC_1B_1$，使点 C_1 落在 x 轴正半轴上，作射线 C_1B_1 交直线 l 于点 A_2，以 A_2C_1 为边作正方形 $A_2C_1C_2B_2$，使点 C_2 落在 x 轴正半轴上，依次作下去；得到如图所示的图形，则点 B_{2024} 的坐标是 _______________________．







三、解答题（本大题共 8 小题，共 72 分）解答要写出必要的文字说明、证明过程或演算步骤.

17.（8 分）计算：

（1）化简：$\frac{x^2-4}{x}\div(1+\frac{2}{x})$，其中 x＝cos30°；

（2）解不等式组：$\begin{cases}\frac{x+1}{2}<\frac{2x}{3}+1\\3(x+1)\geq x-2\end{cases}$.

18.（8 分）为进一步推广“阳光体育”大课间活动，某中学对已开设的 A 实心球，B 立定跳远，C 跑步，D 跳绳四种活动项目的学生喜欢情况进行调查，随机抽取了部分学生，并将调查结果绘制成图 1，图 2 的统计图，请结合图中的信息解答下列问题：

（1）请计算本次调查中喜欢“跑步”的学生人数和所占百分比，并将两个统计图补充完整；

（2）随机抽取了 5 名喜欢“跑步”的学生，其中有 3 名女生，2 名男生，现从这 5 名学生中任意抽取 2 名学生，请用画树状图或列表的方法，求出刚好抽到同性别学生的概率.

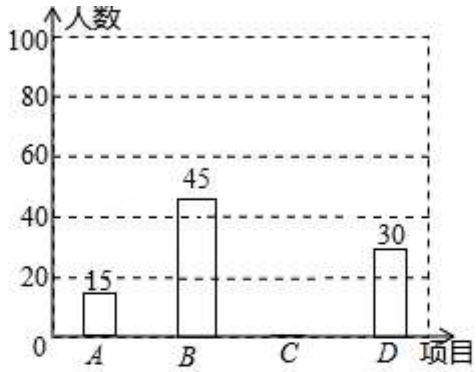


图1

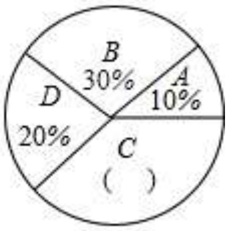
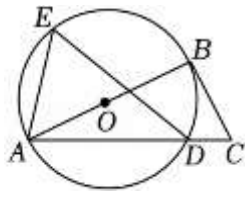


图2

19.（8 分）如图，在△ABC 中，AB＝6，∠C＝65°，以 AB 为直径的⊙O 与 AC 相交于点 D，E 为$\widehat{ABD}$上一点，且∠ADE＝40°.

（1）求$\widehat{BE}$的长；

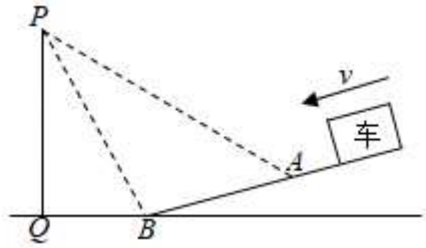
（2）若∠EAD＝75°，求证：CB 为⊙O 的切线.



20．（8 分）为了监控大桥下坡路段车辆行驶速度，通常会在下引桥处设置电子眼进行区间测速．如图，电子眼位于点 P 处，离地面的铅锤高度 PQ 为 9 米，区间测速的起点为下引桥坡面点 A 处，此时电子眼的俯角为 30°；区间测速的终点为下引桥坡脚点 B 处，此时电子眼的俯角为 60°（A、B、P、Q 四点在同一平面）．

（1）求路段 BQ 的长（结果保留根号）；

（2）当下引桥坡度 $i=1:2\sqrt{3}$时，求电子眼区间测速路段 AB 的长（结果保留根号）．

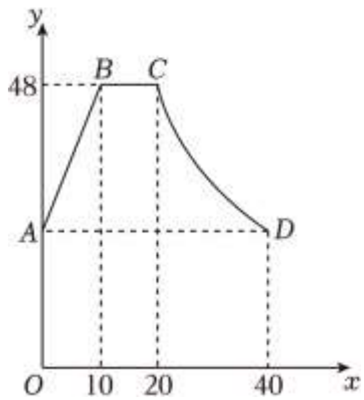


21．（9 分）通过实验研究发现：初中生在数学课上听课注意力指标数随上课时间的变化而变化，上课开始时，学生兴趣激增，中间一段时间，学生的兴趣保持平稳状态，随后开始分散．学生注意力指标数 y 随时间 x（分）变化的函数图象如图所示．当 $0\leqslant x<10$ 和 $10\leqslant x<20$ 时，图象是线段：当 $20\leqslant x\leqslant 40$ 时，图象是双曲线的一部分，根据函数图象回答下列问题：

（1）点 A 的注意力指标数是 ________；

（2）当 $0\leqslant x<10$ 时，求注意力指标数 y 随时间 x（分）的函数解析式；

（3）张老师在一节课上讲解一道数学综合题需要 20 分钟，他能否经过适当的安排，使学生在听这道综合题的讲解时，注意力指标数都不低于 36？请说明理由．



22．（9 分）某学校为充分利用雨水资源，修建了 A、B 两个蓄水池利用屋顶收集雨水．已知 A、B 两个蓄水池屋顶收集雨水的面积、蓄水池的容积和蓄水池已有水的量如表：

	A 蓄水池	B 蓄水池
屋顶收集雨水面积（m^2）	160	120
蓄水池容积（m^3）	50	30
蓄水池已有水量（m^3）	34	25

气象预报即将会下雨，为了收集尽可能多的雨水，下雨前需从 A 蓄水池向 B 蓄水池注水，还是从 B 蓄水池向 A 蓄水池注水？并求出需要的注水量．

23．（10 分）定义：若一个点的纵坐标是横坐标的 3 倍，则称这个点为“三倍点”，如：A（1，3），B（－2，－6），C（0，0）等都是“三倍点”．已知二次函数 $y=-x^2-x+c$（c 为常数）．

（1）若该函数经过点（1，－6），求出该函数图象上的“三倍点”坐标；

（2）在（1）的条件下，当 $t\leqslant x\leqslant t+2$ 时，求出该函数的最小值；

（3）在 $-3<x<1$ 的范围内，若二次函数 $y=-x^2-x+c$ 的图象上至少存在一个“三倍点”，求出 c 的取值范围．

24．（12 分）（1）【问题情景】如图 1，已知在正方形 $ABCD$ 中，点 E、F 分别是边 BC、DC 上的一动点，连接 AE、AF，且 $\angle EAF=45^\circ$，如图，延长 CB 至 G，使 $BG=DF$，通过证明 $\triangle ABG\cong\triangle ADF$ 和 $\triangle AEG\cong\triangle AEF$ 可得 $EF=EG=EB+BG=EB+DF$，即：$BE+DF=EF$．

（2）【尝试探究】如图 2，当点 E、F 分别在射线 CB、DC 上运动，$\angle EAF=45^\circ$ 时，探究 EF、BE、DF 之间的数量关系，请说明理由．

（3）【模型建立】如图 3，若将直角三角形 ABC 沿斜边翻折得到 $\triangle ADC$，且 $\angle B=\angle D=90^\circ$，点 E、F 分别在边 DC、BC 上运动，且 $\angle EAF=\frac{1}{2}\angle BAD$，试猜想（1）中的结论还成立吗？请加以说明．

（4）【拓展应用】如图 4，已知 $\triangle ABC$ 是边长为 5 的等边三角形，点 D 是 $\triangle ABC$ 外一点，连接 BD、CD，且 $BD=CD$，$\angle BCD=30^\circ$，以 D 为顶点作一个 60° 角，使其角的两边分别交边 AB、AC 于点 E、F，连接 EF，求 $\triangle AEF$ 的周长．

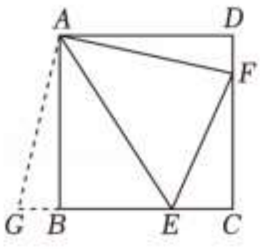


图1

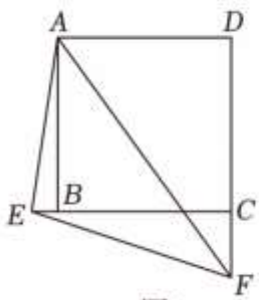


图2

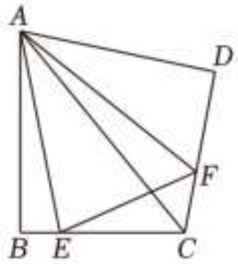


图3

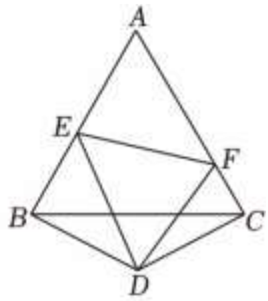


图4

2024年山东省临沂市河东区中考数学一模试卷

参考答案与试题解析

题号	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
答案	B	A	B	D	C	D	C	B	A	B

一、选择题（本大题共 10 小题，每小题 3 分，共 30 分）在每小题所给出的四个选项中，只有一项是符合题目要求的．

1．（3 分）京剧是中国的国粹，脸谱是传统戏曲演员脸上的绘画，用于舞台演出时的化妆造型艺术．下列脸谱中不是轴对称图形的是（　　）

A．

B．

C．

D．

【分析】根据轴对称图形的概念对各选项分析判断即可得解．

【解答】解：A、是轴对称图形，故本选项不符合题意；

B、不是轴对称图形，故本选项符合题意；

C、是轴对称图形，故本选项不符合题意；

D、是轴对称图形，故本选项不符合题意．

故选：B．

【点评】本题考查了轴对称图形的概念，轴对称图形的关键是寻找对称轴，图形两部分折叠后可重合．

2．（3 分）下列有理数中最小的是（　　）

A．$-\frac{1}{2023}$　　B．$\frac{1}{2023}$　　C．$\frac{1}{2024}$　　D．$-\frac{1}{2024}$

【分析】根据有理数比较大小的法则进行解答即可．

【解答】解：$\because \frac{1}{2023} > \frac{1}{2024} > 0$，

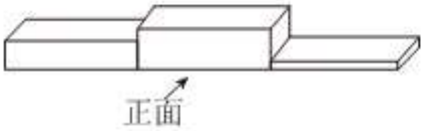
$\therefore -\frac{1}{2023} < -\frac{1}{2024} < 0$，

故选：A.

【点评】本题考查了有理数大小比较，熟知正数大于零，负数小于零；对于负数，绝对值大的反而小是解题的关键.

3.（3 分）北京时间 2 月 25 日晚，2024 年世界乒乓球团体锦标赛在韩国釜山落下帷幕．中国男、女队双双登顶，分别夺取 11 连冠和 6 连冠．图①是乒乓球男团颁奖现场，图②是领奖台的示意图，则此领奖台主视图是（　　）

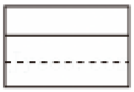
图①

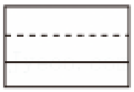


图②

A．

B．

C．

D．

【分析】主视图是从几何体正面观察到的视图.

【解答】解：领奖台从正面看，是由三个长方形组成的．三个长方形，右边最低，中间最高，

故选：B.

【点评】本题考查主视图，准确分析判断是解题的关键.

4.（3 分）来自 2024 年综合运输春运工作专班的数据显示，2 月 10 日—17 日（农历正月初一至初八），全社会跨区域人员流动量累计 22.93 亿人次．客流量大已成为 2024 年春运的最显著特征，铁路、公路、民航等客运频频刷新纪录．用科学记数法表示 22.93 亿，正确的是（　　）

A．22.93×10^8　　B．22.93×10^9　　C．2.293×10^8　　D．2.293×10^9

【分析】科学记数法的表示形式为 $a\times10^n$ 的形式，其中 $1\leqslant|a|<10$，n 为整数．确定 n 的值时，要看把原数变成 a 时，小数点移动了多少位，n 的绝对值与小数点移动的位数相同．当原数绝对值≥10 时，n 是正整数；当原数的绝对值＜1 时，n 是负整数.

【解答】解：22.93 亿＝2293000000＝2.293×10^9，

故选：D.

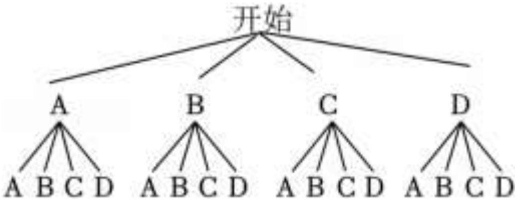
【点评】此题考查科学记数法的表示方法．科学记数法的表示形式为 $a\times10^n$ 的形式，其中 $1\leqslant|a|<10$，n 为整数，表示时关键要正确确定 a 的值以及 n 的值.

5.（3 分）春节期间，走进影院看电影，成为不少家庭的新年俗．小华和小明分别从如图所示的四部春节档影片中随机选择一部观看，则小华和小明选择的影片相同的概率为（　　）

A．$\frac{1}{2}$　　B．$\frac{1}{3}$　　C．$\frac{1}{4}$　　D．$\frac{1}{5}$

【分析】用树状图法表示出所有情况及需要情况求解即可得到答案．

【解答】解：把四部影片分别记作 A，B，C，D，画树状图为：



共有 16 种等可能的结果，其中小华和小明选择的影片相同的结果有 4 种，

∴小华和小明选择的影片相同的概率为$\frac{4}{16}=\frac{1}{4}$，

故选：C．

【点评】本题主要考查了列表或画树状图求概率，解题的关键是理解题意，画出树状图或列出表格．

6．（3 分）下列计算正确的是（　　）

A．$2a^{-1}=\frac{1}{2a}$　　B．$(-3a^2)^3=-9a^6$

C．$(x-y)^2=x^2-y^2$　　D．$(-a)^4\div(-a)^2=a^2$

【分析】利用负整数指数幂，同底数幂的除法，积的乘方，完全平方公式进行运算即可．

【解答】解：A、$2a^{-1}=\frac{2}{a}$，所以此选项错误；

B．$(-3a^2)^3=-27a^6$，所以此选项错误；

C．$(x-y)^2=x^2+y^2-2xy$，所以此选项错误；

D．$(-a)^4\div(-a)^2=a^2$，所以此选项正确；

故选：D．

【点评】本题考查了负整数指数幂，积的乘方，同底数幂的除法及完全平方公式运算，解答本题的关键是掌握运算法则．

7．（3 分）若代数式$\frac{\sqrt{x-2}}{x}$有意义，则实数 x 的取值范围是（　　）

A．$x\neq2$　　B．$x\geqslant0$　　C．$x\geqslant2$　　D．$x\geqslant0$ 且 $x\neq2$

【分析】根据被开方数为非负数以及分母不为 0，据此进行作答即可．

【解答】解：∵代数式$\frac{\sqrt{x-2}}{x}$有意义，

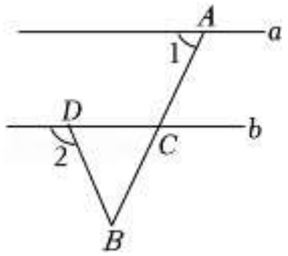
∴$x\neq 0$，$x-2\geqslant 0$

即 $x\geqslant 2$

故选：C.

【点评】本题考查了二次根式有意义以及分式有意义，掌握被开方数为非负数以及分母不为 0 的条件是解题的关键.

8.（3 分）如图，直线 $a\parallel b$，$\angle 1=65^\circ$，$\angle B=45^\circ$，则$\angle 2$ 的度数为（　　）



A．105°　　B．110°　　C．117°　　D．125°

【分析】根据 $a\parallel b$ 可得出$\angle DCB=\angle 1=65^\circ$，再根据三角形外角的性质可得结论.

【解答】解：∵$a\parallel b$，$\angle 1=65^\circ$，

∴$\angle DCB=\angle 1=65^\circ$，

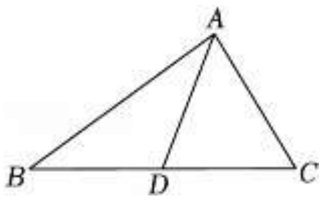
∵$\angle B=45^\circ$，

∴$\angle 2=\angle B+\angle DCB=45^\circ+65^\circ=110^\circ$，

故选：B.

【点评】本题主要考查平行线的性质和三角形外角的性质，熟记平行线的性质和三角形外角的性质是解题的关键.

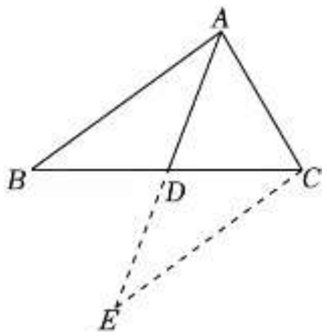
9.（3 分）如图，点 D 是$\triangle ABC$ 的边 BC 上的中线，$AB=6$，$AD=4$，则 AC 的取值范围为（　　）



A．$2<AC<14$　　B．$2<AC<12$　　C．$1<AC<4$　　D．$1<AC<8$

【分析】延长 AD 至 E，使 $DE=AD$，连接 CE．由 SAS 证明$\triangle ABD\cong\triangle ECD$，得 $CE=AB=6$，再根据三角形的三边关系即可求解.

【解答】解：延长 AD 至 E，使 $DE=AD$，连接 CE.



则 $AE=2AD=8$，

∵AD 是边 BC 上的中线，

∴$CD=BD$，

在△ABD 和△ECD 中，

$$\begin{cases}AD=ED\\ \angle ADB=\angle EDC,\\ BD=CD\end{cases}$$

∴△ABD≌△ECD（SAS），

∴$CE=AB=6$，

在△ACE 中，$AE-EC<AC<AE+EC$，

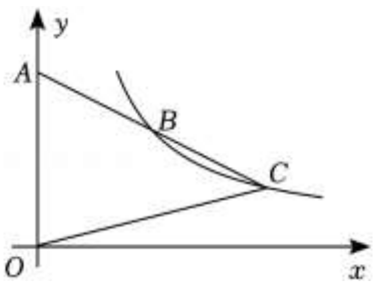
即 $8-6<AC<8+6$，

∴$2<AC<14$，

故选：A．

【点评】本题考查了全等三角形的判定和性质、三角形三边之间的关系，解题的关键是作辅助线，构造全等三角形．

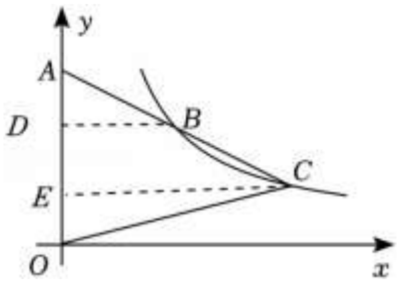
10．（3 分）如图，在平面直角坐标系中，△AOC 的边 OA 在 y 轴上，点 C 在第一象限内，点 B 为 AC 的中点，反比例函数 $y=\frac{k}{x}$（$x>0$）的图象经过 B，C 两点．若△AOC 的面积是 6，则 k 的值是（　　）



A．3　　　　B．4　　　　C．5　　　　D．6

【分析】过 B，C 两点分别作 y 轴 的垂线，垂足分别为 D，E，设 B 点坐标为 $(m,\frac{k}{m})$ 则 $BD=m$，由点 B 为 AC 的中点，推出 C 点坐标为 $(2m,\frac{k}{2m})$，求得直线 BC 的解析式，得到 A 点坐标，根据△AOC 的面积是 6，列式计算即可求解．

【解答】解：过 B，C 两点分别作 y 轴的垂线，垂足分别为 D，E，



∴$BD // CE$，

∴$\triangle ABD \backsim \triangle ACE$，

∴$\frac{BD}{CE}=\frac{AB}{AC}$，

设 B 点坐标为（m，$\frac{k}{m}$），则 $BD=m$，

∵点 B 为 AC 的中点，

∴$\frac{BD}{CE}=\frac{AB}{AC}=\frac{1}{2}$，

∴$CE=2BD=2m$，

∴C 点坐标为（$2m$，$\frac{k}{2m}$），

设直线 BC 的解析式为 $y=ax+b$，

∴$\begin{cases} ma+b=\frac{k}{m} \\ 2ma+b=\frac{k}{2m} \end{cases}$，

∴解得$\begin{cases} a=-\frac{k}{2m^2} \\ b=\frac{3k}{2m} \end{cases}$，

∴直线 BC 的解析式为 $y=-\frac{k}{2m^2}x+\frac{3k}{2m}$，

当 $x-0$ 时，$y=\frac{3k}{2m}$，

∴A 点坐标为（0，$\frac{3k}{2m}$），

根据题意得$\frac{1}{2}\cdot\frac{3k}{2m}\cdot 2m=6$，

解得 $k=4$，

故选：B.

【点评】此题主要考查了反比例函数上点的坐标特征，线段的中点坐标公式，三角形面积公式，解本题的关键是设未知数建立方程解决问题.

二、填空题（本大题共 6 小题，每小题 3 分，共 18 分）

11.（3 分）因式分解：$m^3-4m=$ __m（$m+2$）（$m-2$）__.

【分析】原式提取 m，再利用平方差公式分解即可.

【解答】解：原式＝m（m^2-4）＝m（$m+2$）（$m-2$），

故答案为：m（$m+2$）（$m-2$）

【点评】此题考查了提公因式法与公式法的综合运用，熟练掌握因式分解的方法是解本题的关键.

12.（3 分）函数$y=(a-2)x^{a^2-a}$是二次函数，则 a 的值是 <u>　-1　</u>.

【分析】根据二次函数的定义列出 $a-2\neq0$，且 $a^2-a=2$，进而求得答案.

【解答】解：∵函数 y＝（$a-2$）x^{a^2-a}是二次函数，

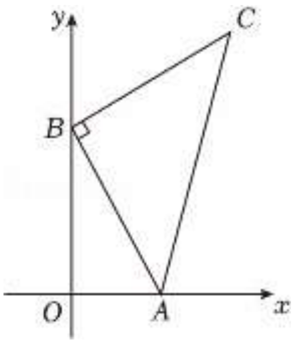
∴$a-2\neq0$，且 $a^2-a=2$，

∴$a=-1$.

故答案为：-1.

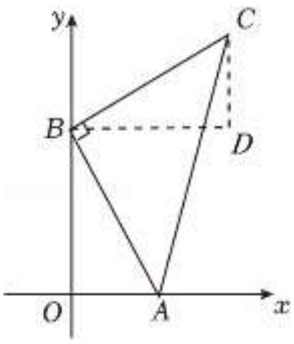
【点评】本题主要考查二次函数的定义，熟记二次函数的定义是解题的关键.

13.（3 分）如图，点 B 的坐标为（0，1），点 A 是 x 轴正半轴上的一动点，以 AB 为边作等腰直角△ABC，使∠ABC＝90°，设点 A 的横坐标为 x，点 C 的纵坐标为 y，则 y 与 x 的关系式为 <u>　$y=x+1$　</u>.



【分析】作 BD∥x 轴，作 $CD\perp BD$ 于点 D，利用 AAS 证明△OBA≌△DBC，根据全等三角形的性质即可建立 y 与 x 的函数关系.

【解答】解：作 BD∥x 轴，作 $CD\perp BD$ 于点 D，如图所示，



由已知可得，$OA=x$，$OB=1$，∠AOB＝90°，∠ABC＝90°，$AB=BC$，点 C 的纵坐标是 y，

∵BD∥x 轴，

∴∠DBO+∠AOB＝180°，

∴$\angle DBO=90°$，

∴$\angle OBA+\angle ABD=\angle ABD+\angle DBC=90°$，

∴$\angle OBA=\angle DBC$，

在△OBA和△DBC中，

$$\begin{cases}\angle AOB=\angle CDB=90° \\ \angle OBA=\angle DBC \\ AB=BC\end{cases}，$$

∴△OBA≌△DBC（AAS），

∴$OA=CD$，

∴$CD=x$，

∵点C到x轴的距离为y，点D到x轴的距离等于点B到x的距离1，

∴$y=x+1$，

故答案为：$y=x+1$.

【点评】本题考查全等三角形的判定和性质，解题的关键是明确题意，根据全等三角形的性质建立相应的函数关系式.

14.（3分）已知a、b满足，$a^2+2a-3=0$，$b^2+2b-3=0$，且$a\neq b$，则$\frac{a}{b}+\frac{b}{a}=$__$-\frac{10}{3}$__.

【分析】根据题意可得a、b是关于x的一元二次方程$x^2+2x-3=0$的两个不相等的实数根，据此解方程求出a、b的值，然后代值计算即可.

【解答】解：∵$a^2+2a-3=0$，$b^2+2b-3=0$，且$a\neq b$，

∴a、b是关于x的一元二次方程$x^2+2x-3=0$的两个不相等的实数根，

解方程$x^2+2x-3=0$得$x=1$或$x=-3$，

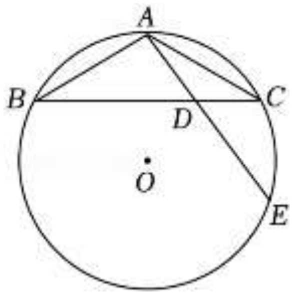
不妨设$a=1$，$b=-3$，

∴$\frac{a}{b}+\frac{b}{a}=-\frac{1}{3}+\frac{-3}{1}=-\frac{10}{3}$，

故答案为：$-\frac{10}{3}$.

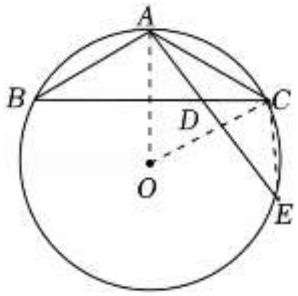
【点评】本题主要考查了解一元二次方程根与系数的关系，分式的化简求值，熟知分式混合运算的法则是解题的关键.

15.（3分）如图，△ABC是⊙O的内接三角形，$AB=AC$，$\angle BAC=120°$，D是BC边上一点，连接AD并延长交⊙O于点E．若$AD=4$，$DE=6$，则⊙O的半径为 __$2\sqrt{10}$__.



【分析】连接 OA，OC，CE，根据等腰三角形的性质得到$\angle B=\angle ACB=30°$，根据等边三角形的性质得到$AC=OA$，根据相似三角形的判定和性质即可得到结论．

【解答】解：连接 OA，OC，CE，



∵$AB=AC$，$\angle BAC=120°$，

∴$\angle B=\angle ACB=30°$，

∴$\angle AOC=60°$，

∵$OA=OC$，

∴$\triangle AOC$ 是等边三角形，

∴$AC=OA$，

∵$\angle AEC=\angle ABC=\angle ACB=30°$，$\angle CAD=\angle EAC$，

∴$\triangle ACD\backsim\triangle AEC$，

∴$\frac{AC}{AD}=\frac{AE}{AC}$，

∴$AC^2=AD\bullet AE$，

∵$AD=4$，$DE=6$，

∴$AC=\sqrt{AD\cdot AE}=\sqrt{4\times(4+6)}=2\sqrt{10}$，

∴$OA=AC=2\sqrt{10}$，

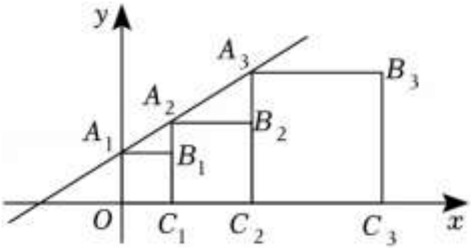
即$\odot O$ 的半径为$2\sqrt{10}$，

故答案为：$2\sqrt{10}$．

【点评】本题考查了圆周角定理、等腰三角形的性质，等边三角形的判定和性质，相似三角形的判定和性质，熟练掌握相似三角形的判定和性质是解题的关键．

16．（3 分）在平面直角坐标系 xOy 中，记直线 $y=x+1$ 为 l，点 A_1 是直线 l 与 y 轴的交点，以 A_1O 为边作正方形 $A_1OC_1B_1$，使点 C_1 落在 x 轴正半轴上，作射线 C_1B_1 交直线 l 于点 A_2，以 A_2C_1 为边作正方形 $A_2C_1C_2B_2$，使点

C_2 落在 x 轴正半轴上，依次作下去；得到如图所示的图形，则点 B_{2024} 的坐标是 ___（$2^{2024}-1$，2^{2023}）___.



【分析】根据一次函数，得出 A_1、A_2 等点的坐标，继而得知 B_1、B_2 等点的坐标，从中找出规律，进而可求出点 B_{2024} 的坐标.

【解答】解：把 $x=0$ 代入直线 $y=x+1$，得：$y=1$，

所以点 B_1 的坐标是（1，1），

把 $x=1$ 代入直线 $y=x+1$，得：$y=2$，

所以点 B_2 的坐标是（3，2），

同理点 B_3 的坐标是（7，4）；点 B_4 的坐标是（15，8）；

……

由以上得出规律是 B_n 的坐标为（2^n-1，2^{n-1}），

所以点 B_{2024} 的坐标是（$2^{2024}-1$，2^{2023}），

故答案为：（$2^{2024}-1$，2^{2023}）.

【点评】本题主要考查了一次函数图象上点的坐标特征，正方形的性质，坐标与图形，解此题的关键是根据一次函数的点的坐标计算的结果得出规律.

三、解答题（本大题共 8 小题，共 72 分）解答要写出必要的文字说明、证明过程或演算步骤.

17.（8 分）计算：

（1）化简：$\frac{x^2-4}{x}\div(1+\frac{2}{x})$，其中 $x=\cos30°$；

（2）解不等式组：$\begin{cases}\frac{x+1}{2}<\frac{2x}{3}+1\\3(x+1)\geq x-2\end{cases}$.

【分析】（1）根据分式的混合运算顺序和法则化简原式，再代入三角函数值得出 x 的值，继而代入计算即可；

（2）分别求出每一个不等式的解集，根据口诀：同大取大、同小取小、大小小大中间找、大大小小找不到确定不等式组的解集.

【解答】解：（1）原式$=\frac{(x+2)(x-2)}{x}\times\frac{x}{x+2}=x-2$.

$\because x=cos30°=\frac{\sqrt{3}}{2}$,

$\therefore$原式$=\frac{\sqrt{3}}{2}-2$.

（2）解不等式组：$\begin{cases}\frac{x+1}{2}<\frac{2x}{3}+1\\3(x+1)\geq x-2\end{cases}$.

由不等式①，得 $x>-3$，

由不等式②，得$x\geq-\frac{5}{2}$，

∴原不等式组的解集是$x\geq-\frac{5}{2}$.

【点评】本题考查了分式的化简求值、特殊角的三角函数值以及不等式组的求解，注意计算的准确性即可.

18.（8 分）为进一步推广“阳光体育”大课间活动，某中学对已开设的 *A* 实心球，*B* 立定跳远，*C* 跑步，*D* 跳绳四种活动项目的学生喜欢情况进行调查，随机抽取了部分学生，并将调查结果绘制成图 1，图 2 的统计图，请结合图中的信息解答下列问题：

（1）请计算本次调查中喜欢“跑步”的学生人数和所占百分比，并将两个统计图补充完整；

（2）随机抽取了 5 名喜欢“跑步”的学生，其中有 3 名女生，2 名男生，现从这 5 名学生中任意抽取 2 名学生，请用画树状图或列表的方法，求出刚好抽到同性别学生的概率.

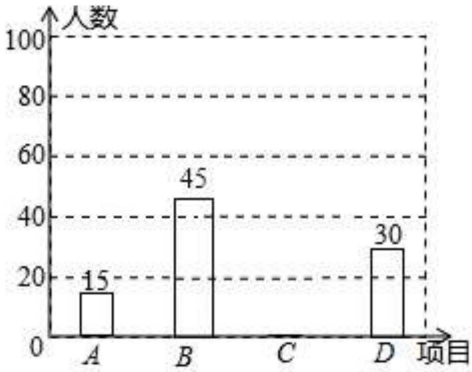


图1

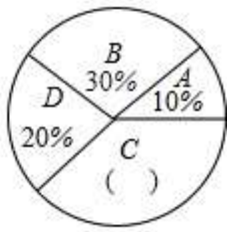


图2

【分析】(1) 用 *A* 的人数除以所占的百分比，即可求出调查的学生数；用抽查的总人数减去 *A*、*B*、*D* 的人数，求出喜欢“跑步”的学生人数，再除以被调查的学生数，求出所占的百分比，再画图即可；

（2）用 *A* 表示女生，*B* 表示男生，画出树形图，再根据概率公式进行计算即可.

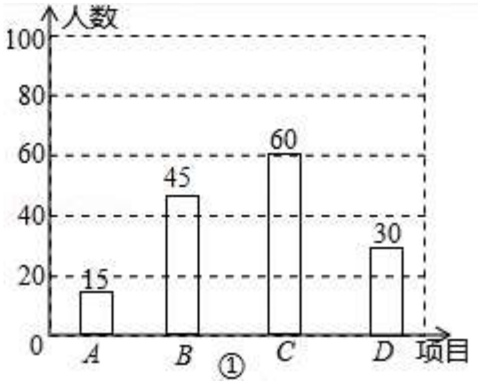
【解答】解：（1）根据题意得：

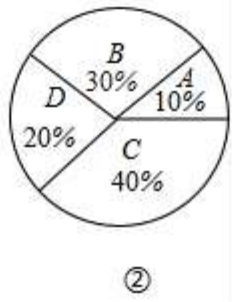
15÷10%＝150（名）.

本项调查中喜欢“跑步”的学生人数是；150﹣15﹣45﹣30＝60（人），

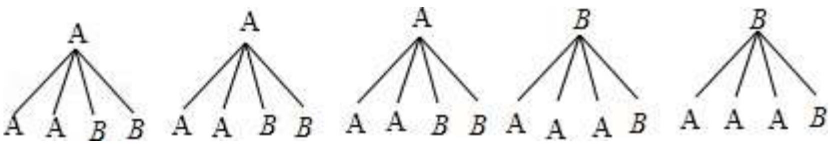
所占百分比是：$\frac{60}{150}$×100%＝40%，

画图如下：





（2）用 A 表示女生，B 表示男生，画图如下：



共有 20 种情况，同性别学生的情况是 8 种，

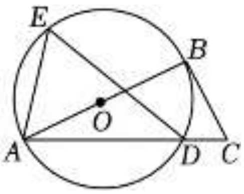
则刚好抽到同性别学生的概率是$\frac{8}{20}=\frac{2}{5}$.

【点评】本题考查的是条形统计图和扇形统计图的综合运用以及概率的求法，读懂统计图，从不同的统计图中得到必要的信息是解决问题的关键．条形统计图能清楚地表示出每个项目的数据；扇形统计图直接反映部分占总体的百分比大小．

19．（8 分）如图，在△ABC 中，AB＝6，∠C＝65°，以 AB 为直径的⊙O 与 AC 相交于点 D，E 为$\widehat{ABD}$上一点，且∠ADE＝40°．

（1）求$\widehat{BE}$的长；

（2）若∠EAD＝75°，求证：CB 为⊙O 的切线．



【分析】（1）连接 OE，则∠AOE＝2∠ADE＝80°，所以∠BOE＝180°﹣∠AOE＝100°，而半径 $OB=\frac{1}{2}AB$＝3，即可根据弧长公式求得$\widehat{BE}$的长是$\frac{5\pi}{3}$；

（2）由∠EAD＝75°，∠$BAE=\frac{1}{2}$∠BOE＝50°，得∠BAC＝∠EAD﹣∠BAE＝25°，则∠ABC＝180°﹣∠BAC﹣∠C＝90°，即可证明 CB 是⊙O 的切线．

【解答】（1）解：连接 OE，

∵∠ADE＝40°，

∴$\angle AOE=2\angle ADE=2\times40°=80°$，

∴$\angle BOE=180°-\angle AOE=180°-80°=100°$，

∵AB是⊙O的直径，且$AB=6$，

∴$OB=\frac{1}{2}AB=\frac{1}{2}\times6=3$，

∴$l_{\overset{\frown}{BE}}=\frac{100\pi\times3}{180}=\frac{5\pi}{3}$，

∴$\overset{\frown}{BE}$的长是$\frac{5\pi}{3}$.

（2）证明：∵$\angle EAD=75°$，$\angle BAE=\frac{1}{2}\angle BOE=\frac{1}{2}\times100°=50°$，

∴$\angle BAC=\angle EAD-\angle BAE=75°-50°=25°$，

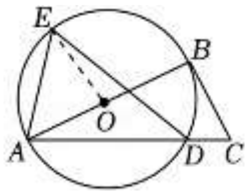
∵$\angle C=65°$，

∴$\angle ABC=180°-\angle BAC-\angle C=180°-25°-65°=90°$，

∴$BC\perp OB$，

∵OB是⊙O的半径，且$BC\perp OB$，

∴CB是⊙O的切线.

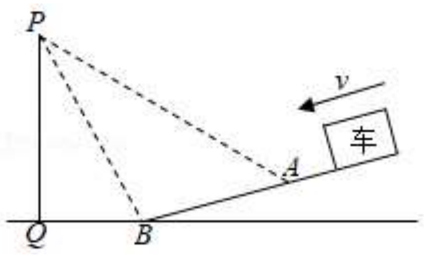


【点评】此题重点考查圆周角定理、弧长公式、三角形内角和定理、切线的判定定理等知识，正确地作出辅助线是解题的关键.

20.（8分）为了监控大桥下坡路段车辆行驶速度，通常会在下引桥处设置电子眼进行区间测速．如图，电子眼位于点P处，离地面的铅锤高度PQ为9米，区间测速的起点为下引桥坡面点A处，此时电子眼的俯角为30°；区间测速的终点为下引桥坡脚点B处，此时电子眼的俯角为60°（A、B、P、Q四点在同一平面）.

（1）求路段BQ的长（结果保留根号）；

（2）当下引桥坡度$i=1:2\sqrt{3}$时，求电子眼区间测速路段AB的长（结果保留根号）.



【分析】（1）根据 $BQ=PQ\cdot\tan\angle BPQ$，求解即可.

（2）如图，过点A作$AM\perp QB$于M，$AH\perp PQ$于H．由题意，$\angle PAH=\angle TPA=30°$，设$AM=a$米，则$BM$

$=2\sqrt{3}a$ 米，在 Rt△APH 中，根据 $\tan\angle PAH=\frac{PH}{AH}$，构建方程求出 a，再利用勾股定理求出 AB 即可.

【解答】解：（1）由题意，$\angle PBQ=\angle TPB=60°$，

∵$\angle PQB=90°$，

∴$\angle BPQ=30°$，

∴$BQ=PQ\cdot\tan30°=9\times\frac{\sqrt{3}}{3}=3\sqrt{3}$（米）.

（2）如图，过点 A 作 $AM\perp QB$ 于 M，$AH\perp PQ$ 于 H.

由题意，$\angle PAH=\angle TPA=30°$，

设 $AM=a$ 米，则 $BM=2\sqrt{3}a$ 米，

∵$\angle AHQ=\angle HQM=\angle AMQ=90°$，

∴四边形 $AHQM$ 是矩形，

∴$AH=QM=$（$3\sqrt{3}+2\sqrt{3}a$）米，$QH=AM=a$ 米，$PH=PQ-HQ=$（$9-a$）米，

在 Rt△APH 中，$\tan\angle PAH=\frac{PH}{AH}$，

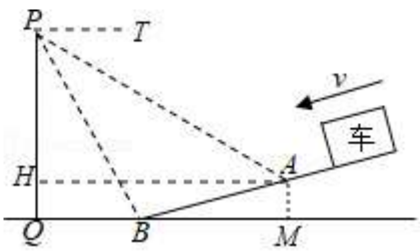
∴$\frac{\sqrt{3}}{3}=\frac{9-a}{3\sqrt{3}+2\sqrt{3}a}$，

解得 $a=2$，

∴$AM=2$（米），$BM=4\sqrt{3}$（米），

∴$AB=\sqrt{AM^2+BM^2}=\sqrt{2^2+(4\sqrt{3})^2}=2\sqrt{13}$（米）.

答：电子眼区间测速路段 AB 的长 $2\sqrt{13}$米.



【点评】本题考查解直角三角形的应用－仰角俯角问题，解题的关键是学会添加常用辅助线，构造直角三角形解决问题，属于中考常考题型.

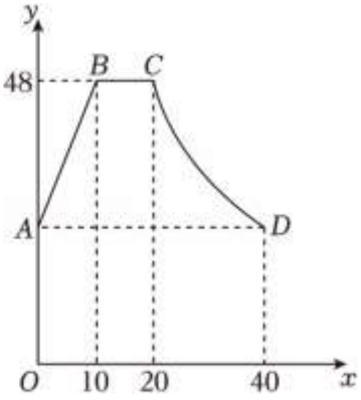
21.（9 分）通过实验研究发现：初中生在数学课上听课注意力指标数随上课时间的变化而变化，上课开始时，学生兴趣激增，中间一段时间，学生的兴趣保持平稳状态，随后开始分散．学生注意力指标数 y 随时间 x（分）变化的函数图象如图所示．当 $0\leqslant x<10$ 和 $10\leqslant x<20$ 时，图象是线段：当 $20\leqslant x\leqslant40$ 时，图象是双曲线的一部分，根据函数图象回答下列问题：

（1）点 A 的注意力指标数是 <u>24</u>；

（2）当 $0\leqslant x<10$ 时，求注意力指标数 y 随时间 x（分）的函数解析式；

（3）张老师在一节课上讲解一道数学综合题需要 20 分钟，他能否经过适当的安排，使学生在听这道综合题

的讲解时，注意力指标数都不低于 36？请说明理由．



【分析】（1）设 CD 的解析式为：$y=\frac{k}{x}$，将 C（20，48）代入即可求解；

（2）当 0≤x＜10 时，设 AB 的解析式为 y＝kx+b，代入 A，B 两点的坐标即可求解；

（3）分别求解当 y≥36 时，$\frac{12}{5}x+24\geq 36$；当 y≥36 时，$\frac{960}{x}\geq 36$；即可判断．

【解答】解：（1）设 CD 的解析式为：$y=\frac{k}{x}$，

由 C（20，48）得 k＝960，

∴D（40，24），

由图可知：点 A 的注意力指标数是 24．

（2）当 0≤x＜10 时，设 AB 的解析式为 y＝kx+b，

∴$\begin{cases}24=b\\48=10k+b\end{cases}$，

∴$\begin{cases}b=24\\k=\frac{12}{5}\end{cases}$．

∴$y=\frac{12}{5}x+24$．

（3）：张老师能经过适当安排，使学生在听这道综合题的讲解时，注意力指标数都不低于 36．

理由：当 y≥36 时，$\frac{12}{5}x+24\geq 36$，

解得 x≥5；

当 20≤x≤40 时，反比例函数解析为$y=\frac{960}{x}$，

当 y≥36 时，$\frac{960}{x}\geq 36$，

解得$x\leq\frac{80}{3}$．

∴当$5\leq x\leq\frac{80}{3}$时，注意力指标数都不低于 36．

而$\frac{80}{3}-5=\frac{65}{3}$＞20，

∴张老师能经过适当安排，使学生在听这道综合题的讲解时，注意力指标数都不低于 36．

【点评】本题考查了反比例函数与一次函数的实际应用，掌握待定系数法是解题关键．

22．（9分）某学校为充分利用雨水资源，修建了A、B两个蓄水池利用屋顶收集雨水．已知A、B两个蓄水池屋顶收集雨水的面积、蓄水池的容积和蓄水池已有水的量如表：

	A蓄水池	B蓄水池
屋顶收集雨水面积（m^2）	160	120
蓄水池容积（m^3）	50	30
蓄水池已有水量（m^3）	34	25

气象预报即将会下雨，为了收集尽可能多的雨水，下雨前需从A蓄水池向B蓄水池注水，还是从B蓄水池向A蓄水池注水？并求出需要的注水量．

【分析】设需从A蓄水池向B蓄水池注水$x\ m^3$，根据“两个蓄水池收集的雨水量之比等于屋顶收集雨水面积之比”列分式方程并求解，若解为正值，则需从A蓄水池向B蓄水池注水，若解为负值，则需从B蓄水池向A蓄水池注水．

【解答】解：设需从A蓄水池向B蓄水池注水$x\ m^3$．

根据题意，得$\frac{160}{120}=\frac{50-34+x}{30-25-x}$，

解得$x=-4$，

经检验，$x=-4$是所列分式方程的解，

∴需从B蓄水池向A蓄水池注水，需要的注水量为$4cm^3$．

【点评】本题考查分方程的应用，根据“两个蓄水池收集的雨水量之比等于屋顶收集雨水面积之比”列分式方程并求解是解题的关键．

23．（10分）定义：若一个点的纵坐标是横坐标的3倍，则称这个点为“三倍点”，如：A（1，3），B（﹣2，﹣6），C（0，0）等都是“三倍点”．已知二次函数$y=-x^2-x+c$（c为常数）．

（1）若该函数经过点（1，﹣6），求出该函数图象上的“三倍点”坐标；

（2）在（1）的条件下，当$t\leqslant x\leqslant t+2$时，求出该函数的最小值；

（3）在$-3<x<1$的范围内，若二次函数$y=-x^2-x+c$的图象上至少存在一个“三倍点”，求出c的取值范围．

【分析】（1）把（1，﹣6）代入$y=-x^2-x+c$即可求得抛物线解析式，设该函数图象上的“三倍点”坐标为（t，$3t$），把（t，$3t$）代入抛物线解析式，即可确定“三倍点”坐标；

（2）由（1）可知$y=-x^2-x-4$，分为①当$t+1\leq-\frac{1}{2}$即$t\leq-\frac{3}{2}$时，②当$t+1>-\frac{1}{2}$即$t>-\frac{3}{2}$时，分别求解即可．

（3）由题意得，三倍点所在的直线为$y=3x$，将在$-3<x<1$的范围内，二次函数$y=-x^2-x+c$的图象上至

少存在一个“三倍点”，转化为在 $-3<x<1$ 的范围内，二次函数 $y=-x^2-x+c$ 和 $y=3x$ 至少有一个交点，即可求解．

【解答】解：（1）把（1，-6）代入 $y=-x^2-x+c$ 得 $c=-4$，

∴抛物线解析式为 $y=-x^2-x-4$，

设该函数图象上的“三倍点”坐标为（t，$3t$），

把（t，$3t$）代入 $y=-x^2-x-4$，

得 $-t^2-t-4=3t$，

整理得 $t^2+4t+4=0$，

解得 $t=-2$，

∴“三倍点”坐标为（-2，-6）；

（2）由（1）可知 $y=-x^2-x-4$，

①当$t+1\leq-\frac{1}{2}$即$t\leq-\frac{3}{2}$时，

$y_{最小值}=-t^2-t-4$，

②当$t+1>-\frac{1}{2}$即$t>-\frac{3}{2}$时，

$y_{最小值}=-(t+2)^2-(t+2)-4=-t^2-5t-10$，

综上，①当$t\leq-\frac{3}{2}$时，$y_{最小值}=-t^2-t-4$，

②当$t>-\frac{3}{2}$时，$y_{最小值}=-t^2-5t-10$．

（3）由题意得，三倍点所在的直线为 $y=3x$，

在 $-3<x<1$ 的范围内，二次函数 $y=-x^2-x+c$ 的图象上至少存在一个“三倍点”，

即在 $-3<x<1$ 的范围内，二次函数 $y=-x^2-x+c$ 和 $y=3x$ 至少有一个交点，

令 $3x=-x^2-x+c$，整理得，$x^2+4x-c=0$，

则 $\Delta=b^2-4ac=16+4c\geqslant0$，解得 $c\geqslant-4$；

把 $x=-3$ 代入 $y=-x^2-x+c$ 得 $y=-6+c$，代入 $y=3x$ 得 $y=-9$，

∴ $-9>-6+c$，解得 $c<-3$；

把 $x=1$ 代入 $y=-x^2-x+c$ 得 $y=-2+c$，代入 $y=3x$ 得 $y=3$，

∴$3>-2+c$，解得 $c<5$，

综上，c 的取值范围为：$-4\leqslant c<5$．

【点评】本题考查了二次函数图象与系数的关系：常数项 c 决定抛物线与 y 轴交点．抛物线与 y 轴交于（0，c）；抛物线与 x 轴交点个数由 $\Delta=b^2-4ac$ 决定．也考查了二次函数图象上点的坐标特征．

24.（12 分）（1）【问题情景】如图 1，已知在正方形 $ABCD$ 中，点 E、F 分别是边 BC、DC 上的一动点，连接 AE、AF，且 $\angle EAF=45°$，如图，延长 CB 至 G，使 $BG=DF$，通过证明$\triangle ABG\cong\triangle ADF$ 和$\triangle AEG\cong\triangle AEF$ 可得 $EF=EG=EB+BG=EB+DF$，即：$BE+DF=EF$.

（2）【尝试探究】如图 2，当点 E、F 分别在射线 CB、DC 上运动，$\angle EAF=45°$ 时，探究 EF、BE、DF 之间的数量关系，请说明理由.

（3）【模型建立】如图 3，若将直角三角形 ABC 沿斜边翻折得到$\triangle ADC$，且$\angle B=\angle D=90°$，点 E、F 分别在边 DC、BC 上运动，且$\angle EAF=\frac{1}{2}\angle BAD$，试猜想（1）中的结论还成立吗？请加以说明.

（4）【拓展应用】如图 4，已知$\triangle ABC$ 是边长为 5 的等边三角形，点 D 是$\triangle ABC$ 外一点，连接 BD、CD，且 $BD=CD$，$\angle BCD=30°$，以 D 为顶点作一个 $60°$ 角，使其角的两边分别交边 AB、AC 于点 E、F，连接 EF，求$\triangle AEF$ 的周长.

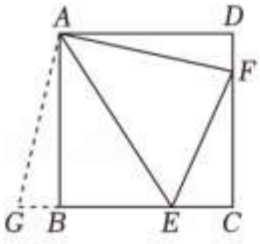


图1

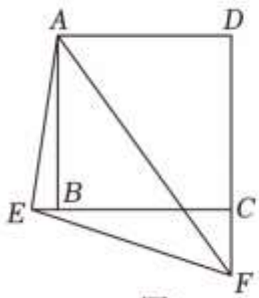


图2

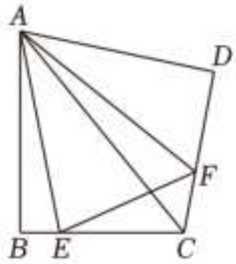


图3

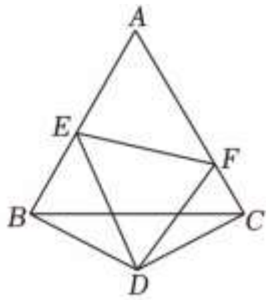


图4

【分析】（2）由“SAS”可证$\triangle ABE\cong\triangle ADH$，可得 $AE=AH$，$\angle BAE=\angle DAH$，由“SAS”可证$\triangle AEF\cong\triangle AHF$，可得 $EF=HF$，即可求解；

（3）由旋转的性质可得 $AG=AE$，$\angle DAG=\angle BAE$，由“SAS”可证$\triangle AFG\cong\triangle AFE$，可得 $FG=FE$，即可求解

（4）把$\triangle DBE$ 绕点 D 顺时针旋转 $120°$ 至$\triangle DCM$，可使 DB 与 DC 重合，证出$\triangle DMF\cong\triangle DEF$，进而得到 $EF=CM+CF=BE+CF$，即可得$\triangle AEF$ 的周长.

【解答】解：（2）$EF=DF-BE$，理由如下：

如图 2，在 DC 上截取 $DH=BE$，连接 AH，

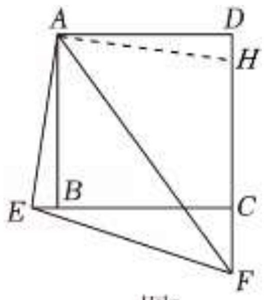


图2

$\because DH=BE$，$\angle ABE=\angle ADH=90°$，$AB=AD$，

$\therefore\triangle ABE\cong\triangle ADH$（SAS），

$\therefore AE=AH$，$\angle BAE=\angle DAH$，

$\therefore \angle EAH=\angle BAD=90^\circ$，

$\because \angle EAF=45^\circ$，

$\therefore \angle FAH=45^\circ=\angle EAF$，

又$\because AF=AF$，

$\therefore \triangle AEF\cong\triangle AHF$（$SAS$），

$\therefore EF=HF$，

$\therefore DF=DH+HF=BE+EF$，

即 $EF=DF-BE$；

（3）结论仍然成立，理由如下：

如图 3，把$\triangle ABE$绕点 A 逆时针旋转 90°，使 AB 与 AD 重合，得到$\triangle ADG$，

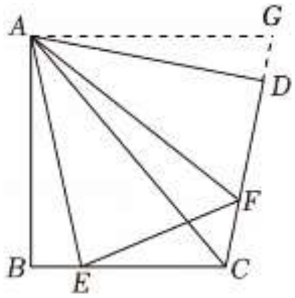


图3

$\therefore AG=AE$，$\angle DAG=\angle BAE$，

$\because \angle B=\angle ADC=90^\circ$，

$\therefore \angle ADG=\angle ABE=\angle ADF=90^\circ$，

$\therefore$点 C、D、G 三点共线，

$\because \angle EAF=\frac{1}{2}\angle BAD$，

$\therefore \angle BAE+\angle DAF=\frac{1}{2}\angle BAD$，

又$\because \angle DAG=\angle BAE$，

$\therefore \angle DAG+\angle DAF=\frac{1}{2}\angle BAD$，

即$\angle FAG=\angle FAE$，

又$\because AG=AE$，$AF=AF$，

$\therefore \triangle AFG\cong\triangle AFE$（$SAS$），

$\therefore FG=FE$，

又$\because FG=FD+DG$，$DG=BE$，

$\therefore DF+BE=EF$；

（4）解：$\because \triangle ABC$ 是边长为 5 的等边三角形，

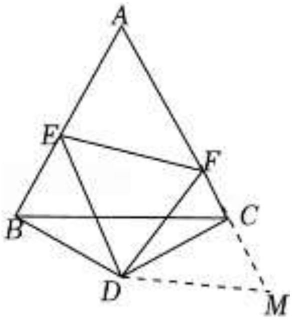
$\therefore AB=AC=BC=5$，$\angle ABC=\angle ACB=60^\circ$，

$\because \angle DBC=\angle BCD=30^\circ$，

$\therefore \angle DBE=\angle DCA=60^\circ+30^\circ=90^\circ$，

$\because BD=CD$，$\angle BDC=120^\circ$，

把$\triangle DBE$ 绕点 D 顺时针旋转 120° 至$\triangle DCM$，可使 DB 与 DC 重合，



由旋转得：$DM=DE$，$\angle CDM=\angle BDE$，$CM=BE$，

$\angle DCM=\angle DBE=90^\circ$，

同理得：点 F，C，M 在同一条直线上，

$\because \angle EDF=60^\circ=\frac{1}{2}\angle BDC$，

$\therefore \angle BDE+\angle CDF=60^\circ$，

$\therefore \angle CDM+\angle CDF=60^\circ$，

$\therefore \angle MDF=\angle EDF$，

$\because DE=DM$，$DF=DF$，

$\therefore \triangle MDF\cong\triangle EDF$（$SAS$），

$\therefore EF=FM$，

$\therefore EF=CM+CF=BE+CF$，

$\therefore \triangle AEF$ 的周长$=AE+AF+EF=AE+AF+BE+CF=AB+AC=5+5=10$．

【点评】本题是四边形综合题，主要考查正方形的性质，旋转的性质，全等三角形的判定与性质，三角形的周长，等边三角形的性质等知识点，深入理解题意是解决问题的关键．