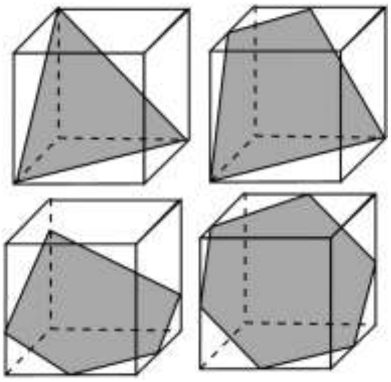
2024 年山东省枣庄市、聊城市、临沂市、菏泽市中考数学试卷

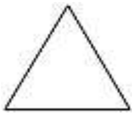
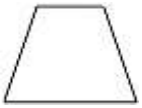
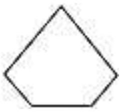
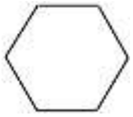
一、选择题：本题共 10 小题，每小题 3 分，共 30 分．每小题只有一个选项符合题目要求．

1．（3 分）下列实数中，平方最大的数是(　　)

A．3　　B．$\frac{1}{2}$　　C．-1　　D．-2

2．（3 分）用一个平面截正方体，可以得到以下截面图形，其中既是轴对称图形又是中心对称图形的是(　　)

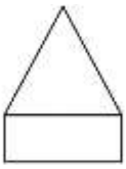


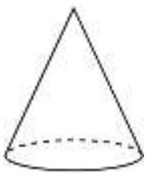
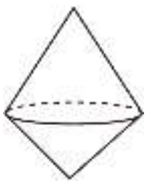
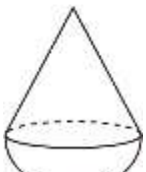
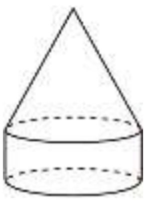
A．　　B．　　C．　　D．

3．（3 分）2023 年山东省扎实落实民生实事，全年新增城乡公益性岗位 61.9 万个，将 61.9 万用科学记数法表示应为(　　)

A．0.619×10^{3}　　B．61.9×10^{4}　　C．6.19×10^{5}　　D．6.19×10^{6}

4．（3 分）下列几何体中，主视图是如图的是(　　)



A．　　B．　　C．　　D．

5．（3 分）下列运算正确的是(　　)

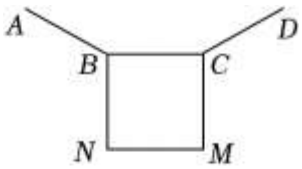
A．$a^{4}+a^{3}=a^{7}$　　B．$(a-1)^{2}=a^{2}-1$

C．$(a^{3}b)^{2}=a^{3}b^{2}$　　D．$a(2a+1)=2a^{2}+a$

6．（3 分）为提高生产效率，某工厂将生产线进行升级改造，改造后比改造前每天多生产 100 件，改造后生产 600 件的时间与改造前生产 400 件的时间相同，则改造后每天生产的产品件数为(　　)

A．200　　B．300　　C．400　　D．500

7．（3 分）如图，已知 AB， BC， CD 是正 n 边形的三条边，在同一平面内，以 BC 为边在该正 n 边形的外部作正方形 $BCMN$．若 $\angle ABN=120^{\circ}$，则 n 的值为(　　)

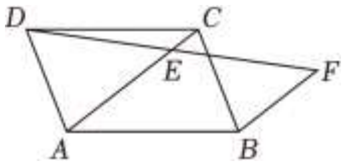


A．12　　B．10　　C．8　　D．6

8．（3 分）某校课外活动期间开展跳绳、踢毽子、韵律操三项活动，甲、乙两位同学各自任选其中一项参加，则他们选择同一项活动的概率是(　　)

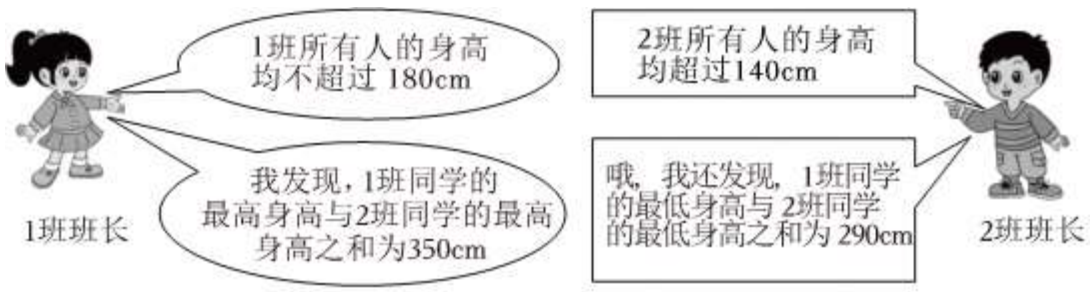
A．$\frac{1}{9}$　　B．$\frac{2}{9}$　　C．$\frac{1}{3}$　　D．$\frac{2}{3}$

9．（3 分）如图，点 E 为▱$ABCD$ 的对角线 AC 上一点， $AC=5$， $CE=1$，连接 DE 并延长至点 F，使得 $EF=DE$，连接 BF，则 BF 为(　　)



A．$\frac{5}{2}$　　B．3　　C．$\frac{7}{2}$　　D．4

10．（3 分）根据以下对话，



给出下列三个结论：

①1 班学生的最高身高为180cm；

②1 班学生的最低身高小于150cm；

③2 班学生的最高身高大于或等于170cm．

上述结论中，所有正确结论的序号是(　　)

A．①②　　B．①③　　C．②③　　D．①②③

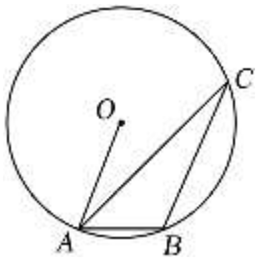
二、填空题：本题共 6 小题，每小题 3 分，共 18 分．

11．（3 分）因式分解：$x^2y+2xy=$____．

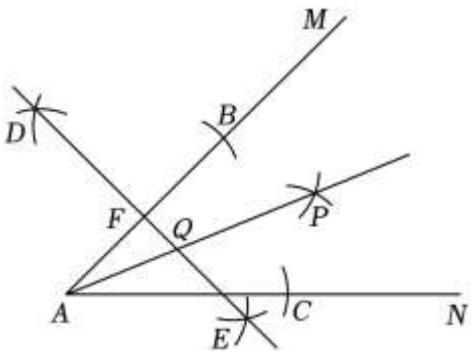
12．（3 分）写出满足不等式组$\begin{cases}x+2\geqslant 1\\2x-1<5\end{cases}$的一个整数解 ____．

13．（3 分）若关于 x 的方程 $4x^2-2x+m=0$ 有两个相等的实数根，则 m 的值为 ____．

14．（3 分）如图，ΔABC 是$\odot O$ 的内接三角形，若 $OA//CB$，$\angle ACB=25^\circ$，则 $\angle CAB=$____．



15．（3 分）如图，已知 $\angle MAN$，以点 A 为圆心，以适当长为半径作弧，分别与 AM 、AN 相交于点 B，C；分别以 B，C 为圆心，以大于 $\dfrac{1}{2}BC$ 的长为半径作弧，两弧在 $\angle MAN$ 内部相交于点 P，作射线 AP．分别以 A，B 为圆心，以大于 $\dfrac{1}{2}AB$ 的长为半径作弧，两弧相交于点 D，E，作直线 DE 分别与 AB，AP 相交于点 F，Q．若 $AB=4$，$\angle PQE=67.5^\circ$，则 F 到 AN 的距离为 ____．



16．（3 分）任取一个正整数，若是奇数，就将该数乘 3 再加上 1；若是偶数，就将该数除以 2．反复进行上述两种运算，经过有限次运算后，必进入循环圈 $1\to 4\to 2\to 1$，这就是"冰雹猜想"．在平面直角坐标系 xOy 中，将点 (x,y) 中的 x，y 分别按照"冰雹猜想"同步进行运算得到新的点的横、纵坐标，其中 x，y 均为正整数．例如，点 $(6,3)$ 经过第 1 次运算得到点 $(3,10)$，经过第 2 次运算得到点 $(10,5)$，以此类推．则点 $(1,4)$ 经过 2024 次运算后得到点 ____．

三、解答题：本题共 7 小题，共 72 分．解答应写出文字说明、证明过程或演算步骤．

17．（10 分）（1）计算：$\sqrt{4}+2^{-1}-(-\dfrac{1}{2})$；（2）先化简，再求值：$(1-\dfrac{1}{a+3})\div\dfrac{a+2}{a^{2}-9}$，其中 $a=1$．

18．（9 分）【实践课题】测量湖边观测点 A 和湖心岛上鸟类栖息点 P 之间的距离．

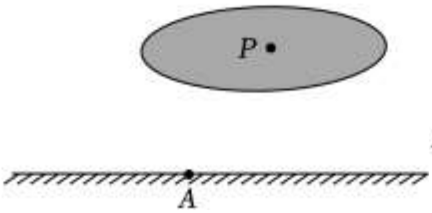


图1

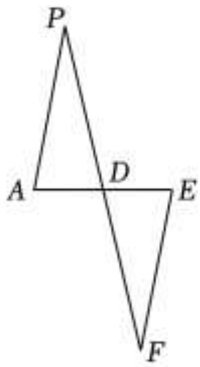


图2

【实践工具】皮尺、测角仪等测量工具

【实践活动】某班甲小组根据胡岸地形状况，在岸边选取合适的点 B．测量 A，B 两点间的距离以及 $\angle PAB$ 和 $\angle PBA$，测量三次取平均值，得到数据：$AB=60$ 米，$\angle PAB=79^{\circ}$，$\angle PBA=64^{\circ}$．画出示意图，如图1:

【问题解决】（1）计算 A，P 两点间的距离．

（参考数据：$\sin 64^{\circ}\approx 0.90$，$\sin 79^{\circ}\approx 0.98$，$\cos 79^{\circ}\approx 0.19$，$\sin 37^{\circ}\approx 0.60$，$\tan 37^{\circ}\approx 0.75$)

【交流研讨】甲小组回班汇报后，乙小组提出了另一种方案：

如图 2，选择合适的点 D，E，F，使得 A，D，E 在同一条直线上，且 $AD=DE$，$\angle DEF=\angle DAP$，当 F，D，P 在同一条直线上时，只需测量 EF 即可．

（2）乙小组的方案用到了 ____．（填写正确答案的序号）

①解直角三角形

②三角形全等

【教师评价】甲、乙两小组的方案都很好，对于实际测量，要根据现场地形状况选择可实施的方案．

19．（9 分）某学校开展了“校园科技节”活动，活动包含模型设计、科技小论文两个项目．为了解学生的模型设计水平，从全校学生的模型设计成绩中随机抽取部分学生的模型设计成绩（成绩为百分制，用 x 表示），并将其分成如下四组：$60\leqslant x<70$，$70\leqslant x<80$，$80\leqslant x<90$，$90\leqslant x\leqslant 100$．

下面给出了部分信息：

$80\leqslant x<90$ 的成绩为：81，81，82，82，83，83，84，84，84，85，86，86，86，87，88，88，88，89，89，89．

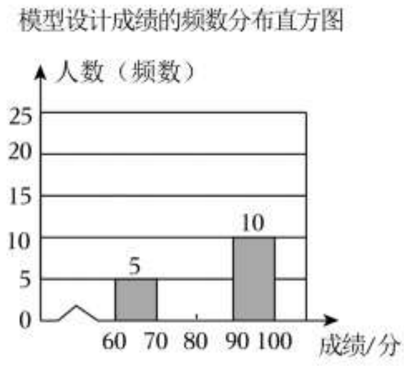


图1

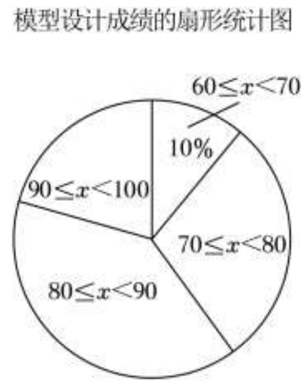


图2

根据以上信息解决下列问题：

（1）请补全频数分布直方图；

（2）所抽取学生的模型设计成绩的中位数是 ____分；

（3）请估计全校 1000 名学生的模型设计成绩不低于 80 分的人数；

（4）根据活动要求，学校将模型设计成绩、科技小论文成绩按 $3:2$ 的比例确定这次活动各人的综合成绩．某班甲、乙两位学生的模型设计成绩与科技小论文成绩（单位：分）如下：

	模型设计	科技小论文
甲的成绩	94	90
乙的成绩	90	95

通过计算，甲、乙哪位学生的综合成绩更高？

20．（10 分）列表法、表达式法、图象法是三种表示函数的方法，它们从不同角度反映了自变量与函数值之间的对应关系．下表是函数 $y=2x+b$ 与 $y=\dfrac{k}{x}$ 部分自变量与函数值的对应关系：

x	$-\dfrac{7}{2}$	a	1
$2x+b$	a	1	
$\dfrac{k}{x}$			7

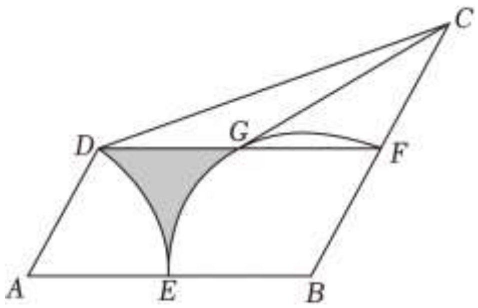
（1）求 a 、 b 的值，并补全表格；

（2）结合表格，当 $y=2x+b$ 的图象在 $y=\dfrac{k}{x}$ 的图象上方时，直接写出 x 的取值范围．

21．（10 分）如图，在四边形 $ABCD$ 中， $AD//BC$ ， $\angle DAB=60^{\circ}$ ， $AB=BC=2AD=2$ ．以点 A 为圆心，以 AD 为半径作 $\overset{\frown}{DE}$ 交 AB 于点 E ，以点 B 为圆心，以 BE 为半径作 $\overset{\frown}{EF}$ 所交 BC 于点 F ，连接 FD 交 $\overset{\frown}{EF}$ 于另一点 G ，连接 CG ．

（1）求证： CG 为 $\overset{\frown}{EF}$ 所在圆的切线；

（2）求图中阴影部分面积．（结果保留 π)



22.（12 分）一副三角板分别记作△ABC 和△DEF，其中$\angle ABC=\angle DEF=90^{\circ}$，$\angle BAC=45^{\circ}$，$\angle EDF=30^{\circ}$，$AC=DE$．作$BM\perp AC$于点$M$，$EN\perp DF$于点$N$，如图 1．

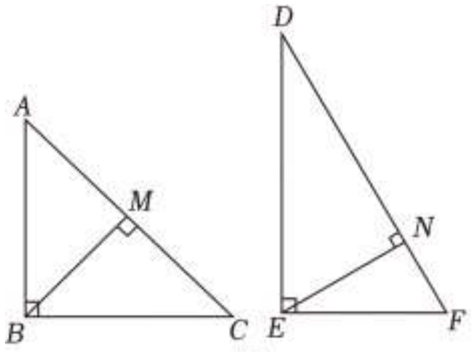


图1

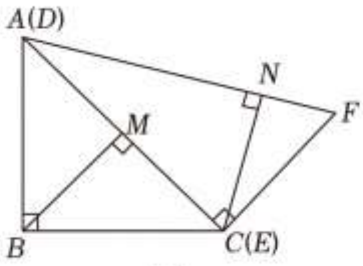


图2

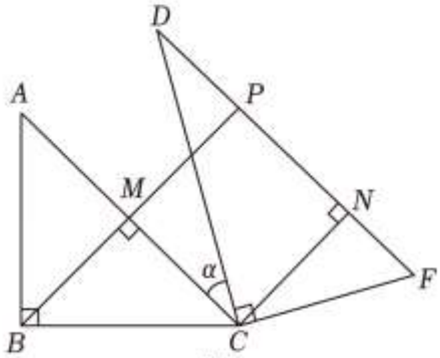
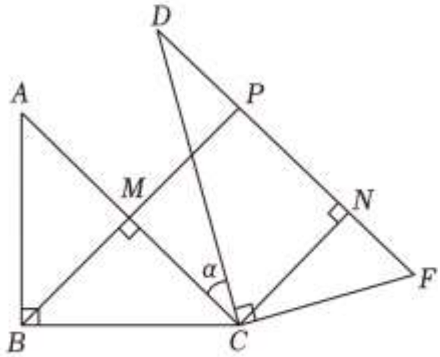


图3



备用图

（1）求证：$BM=EN$；

（2）在同一平面内，将图 1 中的两个三角形按如图 2 所示的方式放置，点C与点E重合记为C，点A与点D重合，将图 2 中的△DCF绕C按顺时针方向旋转α后，延长BM交直线DF于点P．

①当$\alpha=30^{\circ}$时，如图 3，求证：四边形$CNPM$为正方形；

②当$30^{\circ}<\alpha<60^{\circ}$时，写出线段$MP$，$DP$，$CD$的数量关系，并证明；当$60^{\circ}<\alpha<120^{\circ}$时，直接写出线段$MP$，$DP$，$CD$的数量关系．

23．（12 分）在平面直角坐标系 xOy 中，点 $P(2,-3)$ 在二次函数 $y=ax^2+bx-3(a>0)$ 的图象上，记该二次函数图象的对称轴为直线 $x=m$.

（1）求 m 的值；

（2）若点 $Q(m,-4)$ 在 $y=ax^2+bx-3$ 的图象上，将该二次函数的图象向上平移 5 个单位长度，得到新的二次函数的图象．当 $0\leqslant x\leqslant 4$ 时，求新的二次函数的最大值与最小值的和；

（3）设 $y=ax^2+bx-3$ 的图象与 x 轴交点为 $(x_1，\ 0)$，$(x_2，\ 0)(x_1<x_2)$．若 $4<x_2-x_1<6$，求 a 的取值范围．

2024年山东省枣庄市、聊城市、临沂市、菏泽市中考数学试卷

参考答案与试题解析

题号	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
答案	A	D	C	D	D	B	A	C	B	C

一、选择题：本题共10小题，每小题3分，共30分．每小题只有一个选项符合题目要求．

1．（3分）下列实数中，平方最大的数是(　　)

A．3　　B．$\frac{1}{2}$　　C．-1　　D．-2

【解答】解：$\because 3^2=9$，$(\frac{1}{2})^2=\frac{1}{4}$，$(-1)^2=1$，$(-2)^2=4$，

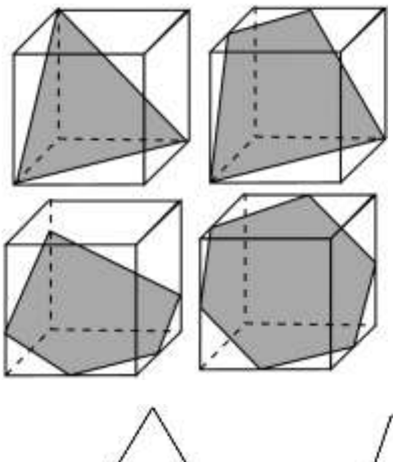
$\because \frac{1}{4}<1<4<9$，

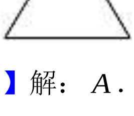
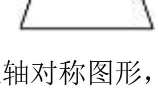
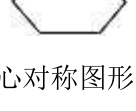
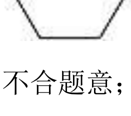
$\therefore$最大的数是：9，

$\therefore$平方最大的数是3．

故选：A．

2．（3分）用一个平面截正方体，可以得到以下截面图形，其中既是轴对称图形又是中心对称图形的是(　　)



A．　　B．　　C．　　D．

【解答】解：A．该图形是轴对称图形，但不是中心对称图形，故此选项不合题意；

B．该图形是轴对称图形，但不是中心对称图形，故此选项不合题意；

C．该图形是轴对称图形，但不是中心对称图形，故此选项不合题意；

D．该图形既是轴对称图形，又是中心对称图形，故此选项符合题意．

故选：D.

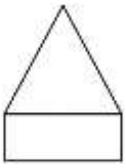
3.（3 分）2023 年山东省扎实落实民生实事，全年新增城乡公益性岗位 61.9 万个，将 61.9 万用科学记数法表示应为(　　)

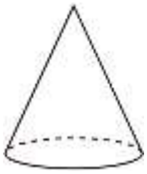
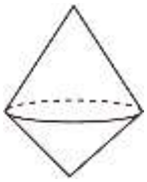
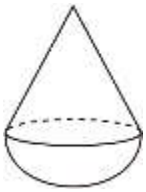
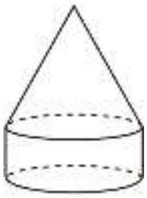
A．0.619×10^{3}　　B．61.9×10^{4}　　C．6.19×10^{5}　　D．6.19×10^{6}

【解答】解：61.9 万$=619000=6.19\times 10^{5}$，

故选：C.

4.（3 分）下列几何体中，主视图是如图的是(　　)



A．　B．　C．　D．

【解答】解：A．主视图是等腰三角形，不符合题意；

B．主视图是共底边的两个等腰三角形，故不符合题意；

C．主视图是上面三角形，下面半圆，故不符合题意；

D．主视图是上面等腰三角形，下面矩形，故符合题意；

故选：D.

5.（3 分）下列运算正确的是(　　)

A．$a^{4}+a^{3}=a^{7}$　　B．$(a-1)^{2}=a^{2}-1$

C．$(a^{3}b)^{2}=a^{3}b^{2}$　　D．$a(2a+1)=2a^{2}+a$

【解答】解：A．式子中两项不是同类项，不能合并，故 A 不符合题意；

B．$(a-1)^{2}=a^{2}-2a+1$，故 B 不符合题意；

C．$(a^{3}b)^{2}=a^{6}b^{2}$，故 C 不符合题意；

D．$a(2a+1)=2a^{2}+a$，故 D 符合题意．

故选：D.

6.（3 分）为提高生产效率，某工厂将生产线进行升级改造，改造后比改造前每天多生产 100 件，改造后生产 600 件的时间与改造前生产 400 件的时间相同，则改造后每天生产的产品件数为(　　)

A．200　　　　　　　B．300　　　　　　　C．400　　　　　　　D．500

【解答】解：设改造后每天生产的产品件数为x，则改造前每天生产的产品件数为$(x-100)$，

根据题意，得：$\dfrac{600}{x}=\dfrac{400}{x-100}$，

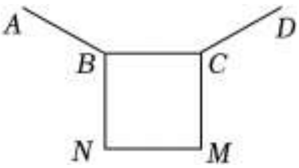
解得：$x=300$，

经检验$x=300$是分式方程的解，且符合题意，

答：改造后每天生产的产品件数300．

故选：B．

7．（3分）如图，已知AB，BC，CD是正n边形的三条边，在同一平面内，以BC为边在该正n边形的外部作正方形$BCMN$．若$\angle ABN=120^{\circ}$，则n的值为(　　)



A．12　　　　　　　B．10　　　　　　　C．8　　　　　　　D．6

【解答】解：$\because$四边形$BCMN$是正方形，

$\therefore\angle NBC=90^{\circ}$，

$\because\angle ABN=120^{\circ}$，

$\therefore\angle ABC=360^{\circ}-90^{\circ}-120^{\circ}=150^{\circ}$，

$\therefore$正n边形的一个外角为$180^{\circ}-150^{\circ}=30^{\circ}$，

$\therefore n$的值为$\dfrac{360^{\circ}}{30^{\circ}}=12$．

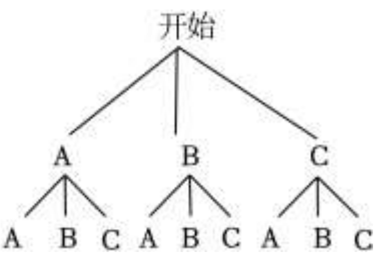
故选：A．

8．（3分）某校课外活动期间开展跳绳、踢毽子、韵律操三项活动，甲、乙两位同学各自任选其中一项参加，则他们选择同一项活动的概率是(　　)

A．$\dfrac{1}{9}$　　　　　　　B．$\dfrac{2}{9}$　　　　　　　C．$\dfrac{1}{3}$　　　　　　　D．$\dfrac{2}{3}$

【解答】解：设跳绳、踢毽子、韵律操分别为A、B、C，

画树状图如下，

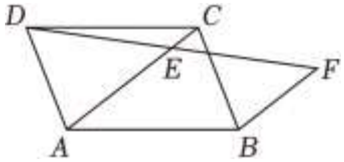


共有 9 种等可能的结果，甲、乙恰好选择同一项活动的有 3 种情况，

故他们选择同一项活动的概率是 $\dfrac{3}{9}=\dfrac{1}{3}$，

故选：C．

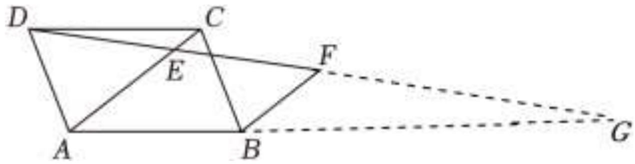
9．（3 分）如图，点 E 为▱$ABCD$ 的对角线 AC 上一点，$AC=5$，$CE=1$，连接 DE 并延长至点 F，使得 $EF=DE$，连接 BF，则 BF 为(　　)



A．$\dfrac{5}{2}$　　　　B．3　　　　C．$\dfrac{7}{2}$　　　　D．4

【解答】解法一：

解：延长 DF 和 AB，交于 G 点，



$\because$ 四边形 $ABCD$ 是平行四边形，

$\therefore DC//AB$，$DC=AB$ 即 $DC//AG$，

$\therefore \Delta DEC\backsim\Delta GAE$

$\therefore \dfrac{CE}{AE}=\dfrac{DE}{GE}=\dfrac{DC}{AG}$，

$\because AC=5$，$CE=1$，

$\therefore AE=AC-CE=5-1=4$，

$\therefore \dfrac{CE}{AE}=\dfrac{DE}{GE}=\dfrac{DC}{AG}=\dfrac{1}{4}$，

又 $\because EF=DE$，$\dfrac{DE}{GE}=\dfrac{DE}{EF+FG}=\dfrac{1}{4}$，

$\therefore \dfrac{EF}{FG}=\dfrac{1}{3}$，

$\because \dfrac{DC}{AG}=\dfrac{DC}{AB+BG}=\dfrac{1}{4}$，$DC=AB$，

$\therefore \dfrac{DC}{BG}=\dfrac{1}{3}$，

$\therefore \dfrac{EF}{FG}=\dfrac{DC}{BG}=\dfrac{1}{3}$，

$\therefore \dfrac{BG}{AG}=\dfrac{FG}{EG}=\dfrac{3}{4}$

$\therefore AE//BF$，

$\therefore \Delta BGF \backsim \Delta AGE$，

$\therefore \dfrac{BF}{AE}=\dfrac{FG}{EG}=\dfrac{3}{4}$，

$\because AE=4$，

$\therefore BF=3$．

解法二：

连接 BD 交 AC 于 O，

$\because$四边形 $ABCD$ 是平行四边形，

$\therefore OD=OB$，

$\because EF=DE$，

$\therefore OE$ 是 ΔBFD 的中位线，

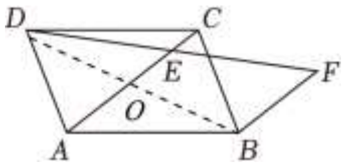
$\therefore \dfrac{OE}{BF}=\dfrac{OD}{BD}=\dfrac{1}{2}$，

$\therefore \dfrac{\frac{1}{2}AC-1}{BF}=1$，

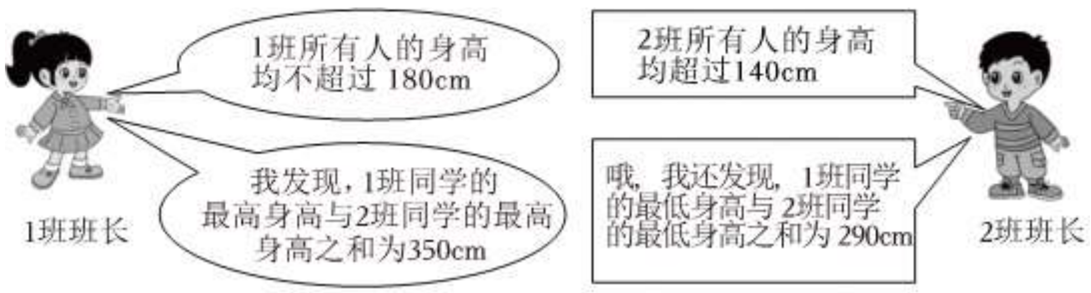
$\therefore \dfrac{\frac{1}{2}AC-CE}{BF}=\dfrac{1}{2}$，

$\therefore BF=3$，

故选：B．



10．（3 分）根据以下对话，



给出下列三个结论：

①1 班学生的最高身高为$180cm$；

②1 班学生的最低身高小于$150cm$；

③2 班学生的最高身高大于或等于$170cm$.

上述结论中，所有正确结论的序号是(　　)

A．①②　　B．①③　　C．②③　　D．①②③

【解答】解：设 1 班同学的最高身高为x　cm，最低身高为y　cm，2 班同学的最高身高为a　cm，最低身高为b　cm，

根据 1 班班长的对话，得$x\leqslant 180$，$x+a=350$，

$\therefore x=350-a$，

$\therefore 350-a\leqslant 180$，

解得$a\geqslant 170$，

故③正确；

1 班学生的身高不超过$180cm$，最高未必是$180cm$，故无法判断①；

根据 2 班班长的对话，得$b>140$，$y+b=290$，

$\therefore b=290-y$，

$\therefore 290-y>140$，

$\therefore y<150$，

故②正确，

故选：C.

二、填空题：本题共 6 小题，每小题 3 分，共 18 分.

11．（3 分）因式分解：$x^2y+2xy=$__$xy(x+2)$__.

【解答】解：原式$=xy(x+2)$，

故答案为：$xy(x+2)$.

12．（3 分）写出满足不等式组$\begin{cases}x+2\geqslant 1\\2x-1<5\end{cases}$的一个整数解 __$-1$（答案不唯一）__.

【解答】解：$\because \begin{cases}x+2\geqslant 1①\\2x-1<5②\end{cases}$，

由①得：$x\geqslant -1$，

由②得：$x<3$，

$\therefore$不等式组的解集为：$-1\leqslant x<3$，

$\therefore$不等式组的一个整数解为：-1；

故答案为：-1.

13.（3 分）若关于 x 的方程 $4x^2-2x+m=0$ 有两个相等的实数根，则 m 的值为 __$\frac{1}{4}$__.

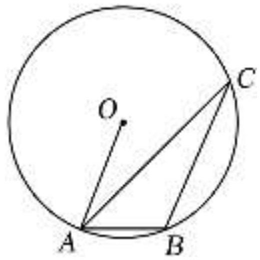
【解答】解：$\because$ 关于 x 的方程 $4x^2-2x+m=0$ 有两个相等的实数根，

$\therefore \triangle=b^2-4ac=2^2-4\times4\times m=4-16m=0$，

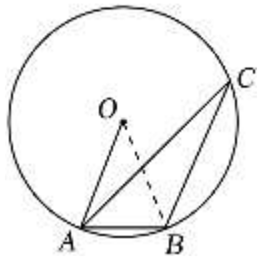
解得：$m=\frac{1}{4}$.

故答案为：$\frac{1}{4}$.

14.（3 分）如图，ΔABC 是 $\odot O$ 的内接三角形，若 $OA//CB$，$\angle ACB=25^{\circ}$，则 $\angle CAB=$__40°__.



【解答】解：连接 OB，如图，



$\because \angle ACB=25^{\circ}$，

$\therefore \angle AOB=2\angle ACB=50^{\circ}$，

$\because OA=OB$，

$\therefore \angle OAB=\angle OBA=\frac{1}{2}(180^{\circ}-\angle AOB)=65^{\circ}$，

$\because OA//CB$，

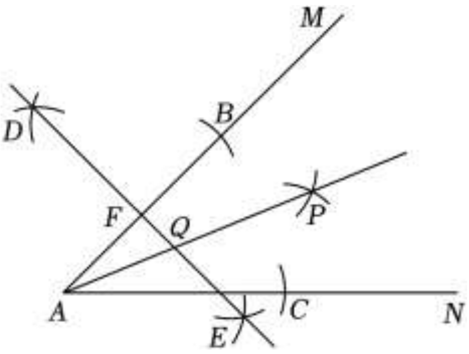
$\therefore \angle OAC=\angle ACB=25^{\circ}$，

$\therefore \angle CAB=\angle OAB-\angle OAC=40^{\circ}$，

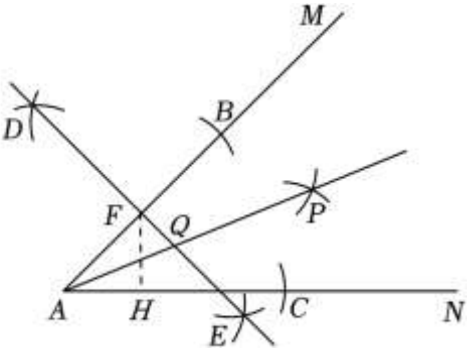
故答案为：40°.

15.（3 分）如图，已知 $\angle MAN$，以点 A 为圆心，以适当长为半径作弧，分别与 AM、AN 相交于点 B，C；分别以 B，C 为圆心，以大于 $\frac{1}{2}BC$ 的长为半径作弧，两弧在 $\angle MAN$ 内部相交于点 P，作射线 AP. 分别

以 A，B 为圆心，以大于 $\frac{1}{2}AB$ 的长为半径作弧，两弧相交于点 D，E，作直线 DE 分别与 AB，AP 相交于点 F，Q．若 $AB=4$，$\angle PQE=67.5^\circ$，则 F 到 AN 的距离为 __$\sqrt{2}$__．



【解答】解：如图，过 F 作 $FH\perp AC$ 于 H，



由作图可得：$\angle BAP=\angle CAP$，$DE\perp AB$，$AF=BF=\frac{1}{2}AB=2$，

$\because \angle PQE=67.5^\circ$，

$\therefore \angle AQF=67.5^\circ$，

$\therefore \angle BAP=\angle CAP=90^\circ-67.5^\circ=22.5^\circ$，

$\therefore \angle FAH=45^\circ$，

$\therefore AH=FH=\frac{\sqrt{2}}{2}AF=\sqrt{2}$，

$\therefore F$ 到 AN 的距离为 $\sqrt{2}$；

故答案为：$\sqrt{2}$．

16．（3 分）任取一个正整数，若是奇数，就将该数乘 3 再加上 1；若是偶数，就将该数除以 2．反复进行上述两种运算，经过有限次运算后，必进入循环圈 $1\to4\to2\to1$，这就是“冰雹猜想”．在平面直角坐标系 xOy 中，将点 (x,y) 中的 x，y 分别按照“冰雹猜想”同步进行运算得到新的点的横、纵坐标，其中 x，y 均为正整数．例如，点 $(6,3)$ 经过第 1 次运算得到点 $(3,10)$，经过第 2 次运算得到点 $(10,5)$，以此类推．则点 $(1,4)$ 经过 2024 次运算后得到点 __$(2,1)$__．

【解答】解：点$(1,4)$经过 1 次运算后得到点为$(1\times 3+1,4\div 2)$，即为$(4,2)$，

经过 2 次运算后得到点为$(4\div 2,2\div 1)$，即为$(2,1)$，

经过 3 次运算后得到点为$(2\div 2,1\times 3+1)$，即为$(1,4)$，

……，

发现规律：点$(1,4)$经过 3 次运算后还是$(1,4)$，

$\because 2024\div 3=674\cdots 2$，

$\therefore$点$(1,4)$经过 2024 次运算后得到点$(2,1)$，

故答案为：$(2,1)$.

三、解答题：本题共 7 小题，共 72 分．解答应写出文字说明、证明过程或演算步骤.

17．（10 分）（1）计算：$\sqrt{4}+2^{-1}-(-\dfrac{1}{2})$；

（2）先化简，再求值：$(1-\dfrac{1}{a+3})\div \dfrac{a+2}{a^{2}-9}$，其中$a=1$.

【解答】解：（1）原式$=2+\dfrac{1}{2}+\dfrac{1}{2}=3$；

（2）（2）原式$=\dfrac{a+2}{a+3}\div \dfrac{a+2}{(a+3)(a-3)}$

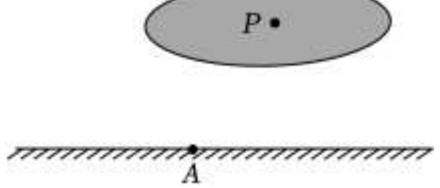
$=\dfrac{a+2}{a+3}\times \dfrac{(a+3)(a-3)}{a+2}$

$=a-3$；

将$a=1$代入，得：

原式$=1-3=-2$.

18．（9 分）【实践课题】测量湖边观测点A和湖心岛上鸟类栖息点P之间的距离.



【实践工具】皮尺、测角仪等测量工具

【实践活动】某班甲小组根据胡岸地形状况，在岸边选取合适的点B．测量A，B两点间的距离以及$\angle PAB$和$\angle PBA$，测量三次取平均值，得到数据：$AB=60$米，$\angle PAB=79^{\circ}$，$\angle PBA=64^{\circ}$．画出示意图，如图1:

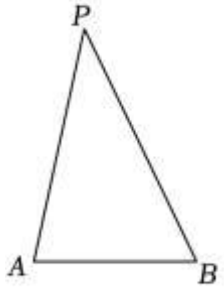


图1

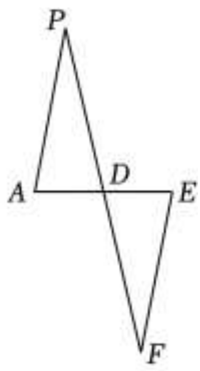


图2

【问题解决】（1）计算 A， P 两点间的距离.

（参考数据： $\sin 64^\circ \approx 0.90$ ， $\sin 79^\circ \approx 0.98$ ， $\cos 79^\circ \approx 0.19$ ， $\sin 37^\circ \approx 0.60$ ， $\tan 37^\circ \approx 0.75)$

【交流研讨】甲小组回班汇报后，乙小组提出了另一种方案：

如图 2，选择合适的点 D， E， F， 使得 A， D， E 在同一条直线上，且 $AD = DE$， $\angle DEF = \angle DAP$，当 F， D， P 在同一条直线上时，只需测量 EF 即可.

（2）乙小组的方案用到了 ＿②＿.（填写正确答案的序号）

①解直角三角形

②三角形全等

【教师评价】甲、乙两小组的方案都很好，对于实际测量，要根据现场地形状况选择可实施的方案.

【解答】解：（1）如图，过 B 作 $BH \perp AP$ 于 H，

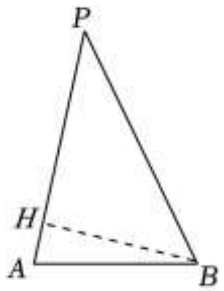


图1

$\because AB = 60$ 米， $\angle PAB = 79^\circ$， $\sin 79^\circ \approx 0.98$， $\cos 79^\circ \approx 0.19$，

$\therefore AH = AB \cdot \cos 79^\circ \approx 60 \times 0.19 = 11.4$（米），

$BH = AB \cdot \sin 79^\circ \approx 60 \times 0.98 = 58.8$（米），

$\because \angle PAB = 79^\circ$， $\angle PBA = 64^\circ$，

$\therefore \angle APB = 180^\circ - 79^\circ - 64^\circ = 37^\circ$，

$\therefore \tan \angle APB = \tan 37^\circ = \dfrac{BH}{PH} \approx 0.75$，

$\therefore PH \approx \dfrac{58.8}{0.75} = 78.4$（米），

$\therefore AP = AH + PH = 11.4 + 78.4 = 89.8$（米）；

即 A，P 两点间的距离为 89.8 米；

（2）$\because AD = DE$，$\angle DEF = \angle DAP$，当 F，D，P 在同一条直线上时，

$\therefore \angle ADP = \angle EDF$，

$\therefore \Delta ADP \cong \Delta EFD(ASA)$，

$\therefore AP = EF$，

$\therefore$ 只需测量 EF 即可得到 AP 长度；

$\therefore$ 乙小组的方案用到了②；

19.（9 分）某学校开展了"校园科技节"活动，活动包含模型设计、科技小论文两个项目．为了解学生的模型设计水平，从全校学生的模型设计成绩中随机抽取部分学生的模型设计成绩（成绩为百分制，用 x 表示），并将其分成如下四组：$60\leqslant x<70$，$70\leqslant x<80$，$80\leqslant x<90$，$90\leqslant x\leqslant 100$．

下面给出了部分信息：

$80\leqslant x<90$ 的成绩为：81，81，82，82，83，83，84，84，84，85，86，86，86，87，88，88，88，89，89，89．

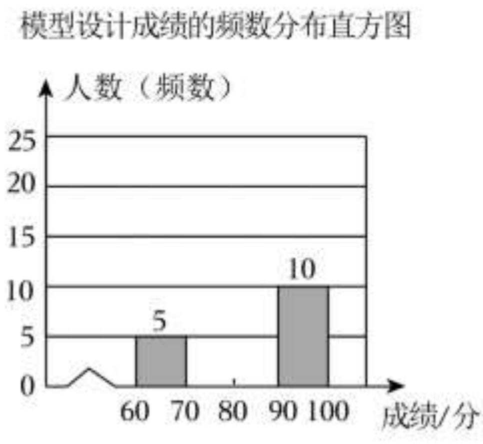


图1

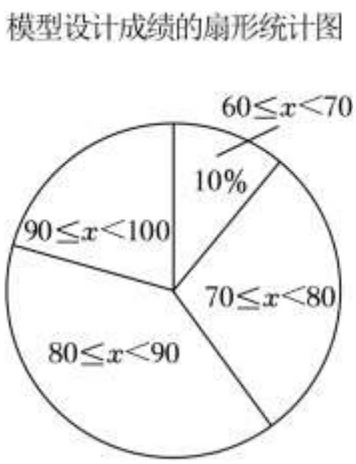


图2

根据以上信息解决下列问题：

（1）请补全频数分布直方图；

（2）所抽取学生的模型设计成绩的中位数是 <u>83</u> 分；

（3）请估计全校 1000 名学生的模型设计成绩不低于 80 分的人数；

（4）根据活动要求，学校将模型设计成绩、科技小论文成绩按 $3:2$ 的比例确定这次活动各人的综合成绩．

某班甲、乙两位学生的模型设计成绩与科技小论文成绩（单位：分）如下：

	模型设计	科技小论文
甲的成绩	94	90
乙的成绩	90	95

通过计算，甲、乙哪位学生的综合成绩更高？

【解答】解：（1）$\because 5 \div 10\% = 50$，而 $80 \leqslant x < 90$ 有 20 人，

$\therefore 70 \leqslant x < 80$ 有 $50 - 20 - 5 - 10 = 15$，

补全图形如下：

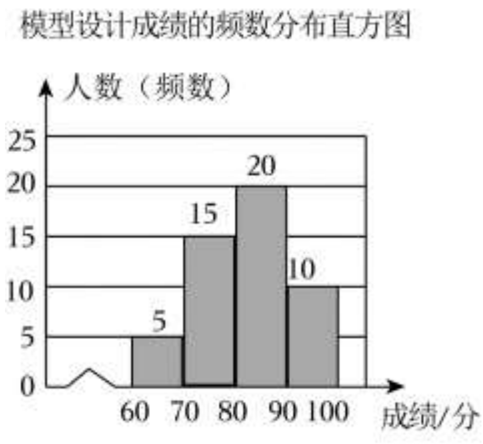


图1

（2）$\because 5 + 15 = 20$，

而 $80 \leqslant x < 90$ 的成绩为：81，81，82，82，83，83，84，84，84，85，86，86，86，87，88，88，88，89，89，89.

$\therefore 50$ 个成绩按照从小到大排列后，排在第 25 个，第 26 个数据分别是：83，83；

中位数为：$\dfrac{1}{2} \times (83 + 83) = 83$，

故答案为：83；

（3）全校 1000 名学生的模型设计成绩不低于 80 分的人数为：

$1000 \times \dfrac{20 + 10}{50} = 600$（人）

答：估计全校 1000 名学生的模型设计成绩不低于 80 分的人数约 600 人；

（4）甲的成绩为：$94 \times \dfrac{3}{5} + 90 \times \dfrac{2}{5} = 92.4$（分）；

乙的成绩为：$90 \times \dfrac{3}{5} + 95 \times \dfrac{2}{5} = 92$（分）；

$\therefore$ 甲的综合成绩比乙高.

20．（10 分）列表法、表达式法、图象法是三种表示函数的方法，它们从不同角度反映了自变量与函数值之间的对应关系．下表是函数 $y=2x+b$ 与 $y=\dfrac{k}{x}$ 部分自变量与函数值的对应关系：

x	$-\dfrac{7}{2}$	a	1
$2x+b$	a	1	$\underline{7\quad}$
$\dfrac{k}{x}$			7

（1）求 a 、 b 的值，并补全表格；

（2）结合表格，当 $y=2x+b$ 的图象在 $y=\dfrac{k}{x}$ 的图象上方时，直接写出 x 的取值范围．

【解答】解：（1）当 $x=-\dfrac{7}{2}$ 时， $2x+b=a$ ，即 $-7+b=a$ ，

当 $x=a$ 时， $2x+b=1$ ，即 $2a+b=1$ ，

$\therefore \begin{cases} a-b=-7 \\ 2a+b=1 \end{cases}$ ，

解得： $\begin{cases} a=-2 \\ b=5 \end{cases}$ ，

$\therefore$ 一次函数为 $y=2x+5$ ，

当 $x=1$ 时， $y=7$ ，

$\because$ 当 $x=1$ 时， $y=\dfrac{k}{x}=7$ ，即 $k=7$ ，

$\therefore$ 反比例函数为： $y=\dfrac{7}{x}$ ，

当 $x=-\dfrac{7}{2}$ 时， $y=7\div(-\dfrac{7}{2})=-2$ ，

当 $y=1$ 时， $x=a=-2$ ，

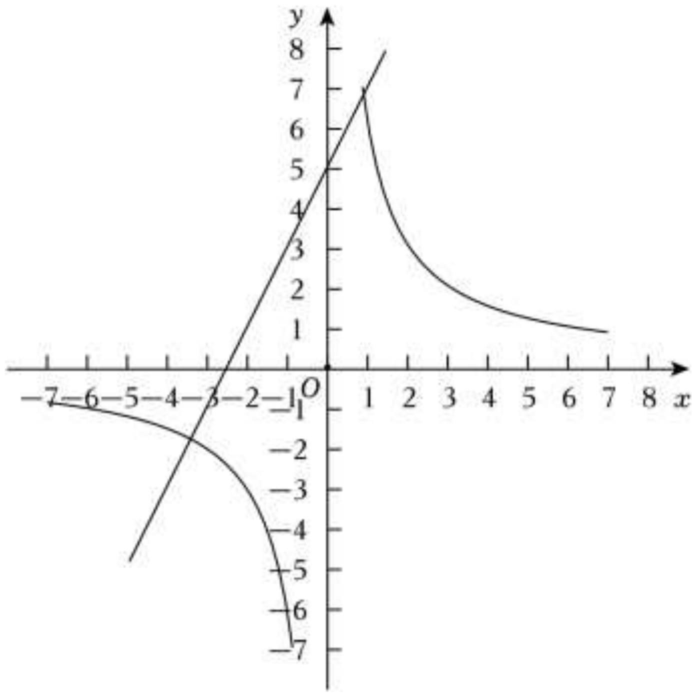
当 $x=-2$ 时， $y=-\dfrac{7}{2}$ ，

补全表格如下：

x	$-\dfrac{7}{2}$	-2	1
$2x+b$	-2	1	7
$\dfrac{k}{x}$	-2	$-\dfrac{7}{2}$	7

故答案为：7；-2；$-\frac{7}{2}$；

（2）由表格信息可得：两个函数的交点坐标分别为$(-\frac{7}{2},-2)$，$(1,7)$，

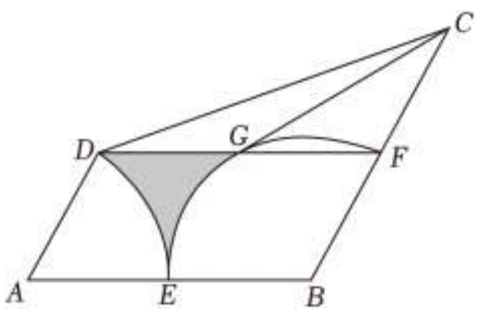


$\therefore$当$y=2x+b$的图象在$y=\frac{k}{x}$的图象上方时，x的取值范围为$-\frac{7}{2}<x<0$或$x>1$；

21．（10 分）如图，在四边形$ABCD$中，$AD//BC$，$\angle DAB=60^{\circ}$，$AB=BC=2AD=2$．以点A为圆心，以AD为半径作DE交AB于点E，以点B为圆心，以BE为半径作EF所交BC于点F，连接FD交EF于另一点G，连接CG．

（1）求证：CG为EF所在圆的切线；

（2）求图中阴影部分面积．（结果保留π）



【解答】（1）证明：连接BG，如图 1，

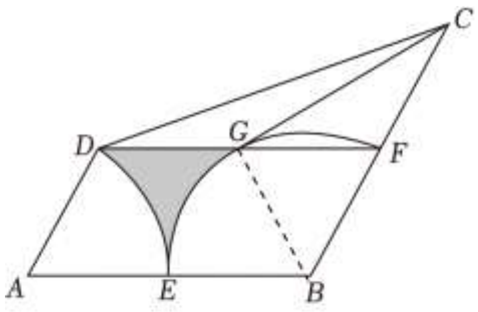


图1

根据题意可知： $AD=AE$ ， $BE=BF$ ，

又$\because AB=BC$ ，

$\therefore CF=AE=AD$ ，

$\because BC=2AD$ ，

$\therefore BF=BE=AD=AE=CF$ ，

$\because AD//BC$ ，

$\therefore$ 四边形 $ABFD$ 是平行四边形，

$\therefore \angle BFD=\angle DAB=60^{\circ}$ ，

$\because BG=BF$ ，

$\therefore \Delta BFG$ 是等边三角形，

$\therefore GF=BF$ ，

$\therefore GF=BF=FC$ ，

$\therefore G$ 在以 BC 为直径的圆上，

$\therefore \angle BGC=90^{\circ}$ ，

$\therefore CG$ 为 EF 所在圆的切线；

（2）解：过 D 作 $DH\perp AB$ 于点 H ，连接 BG ，如图 2，

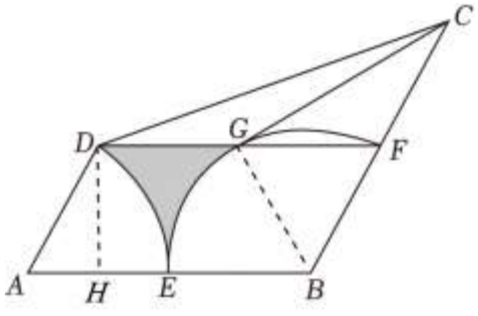


图2

由图可得： $S_{阴影}=S_{\square ABFD}-S_{扇AED}-S_{扇BEG}-S_{\Delta BFG}$ ，

在 Rt△AHD 中，$AD=1$，$\angle DAB=60^\circ$，

$\therefore DH=AD\cdot\sin\angle DAB=1\times\frac{\sqrt{3}}{2}=\frac{\sqrt{3}}{2}$，

$\therefore S_{\text{▱}ABFD}=AB\cdot DH=2\times\frac{\sqrt{3}}{2}=\sqrt{3}$，

由题可知：扇形 ADE 和扇形 BGE 全等，

$\therefore S_{\text{扇形}AED}=S_{\text{扇形}BGE}=\frac{n\pi r^2}{360}=\frac{60\pi\left(AD\right)^2}{360}=\frac{60\times\pi\times1^2}{360}=\frac{\pi}{6}$，

等边三角形 BFG 的面积为：$\frac{1}{2}GF\cdot DH=\frac{1}{2}\times1\times\frac{\sqrt{3}}{2}=\frac{\sqrt{3}}{4}$，

$\therefore S_{\text{阴影}}=S_{\text{▱}ABFD}-S_{\text{扇形}AED}-S_{\text{扇形}BEG}-S_{\Delta BFG}=\sqrt{3}-\frac{\pi}{6}-\frac{\pi}{6}-\frac{\sqrt{3}}{4}=\frac{3\sqrt{3}}{4}-\frac{\pi}{3}$．

22．（12 分）一副三角板分别记作△ ABC 和△ DEF，其中 $\angle ABC=\angle DEF=90^\circ$，$\angle BAC=45^\circ$，$\angle EDF=30^\circ$，$AC=DE$．作 $BM\perp AC$ 于点 M，$EN\perp DF$ 于点 N，如图 1．

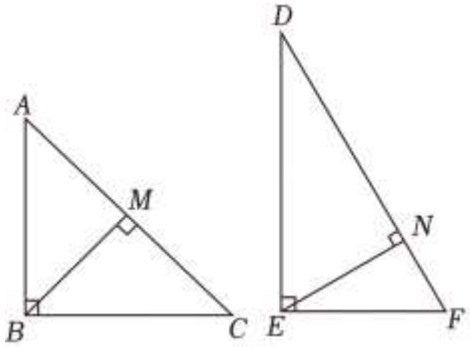


图1

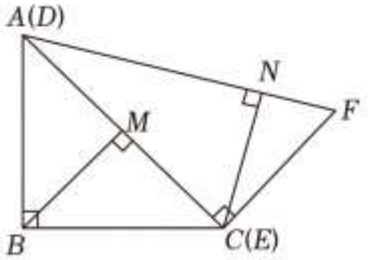


图2

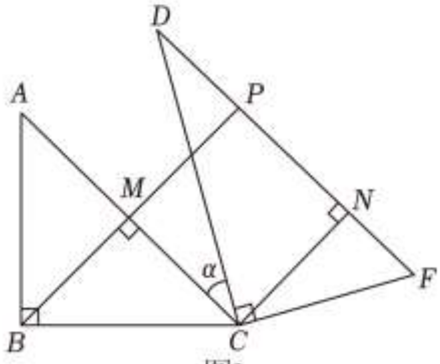
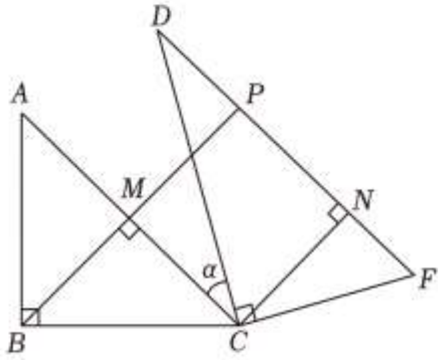


图3



备用图

（1）求证：$BM=EN$；

（2）在同一平面内，将图 1 中的两个三角形按如图 2 所示的方式放置，点 C 与点 E 重合记为 C，点 A 与点 D 重合，将图 2 中的△ DCF 绕 C 按顺时针方向旋转 α 后，延长 BM 交直线 DF 于点 P．

①当 $\alpha=30^\circ$ 时，如图 3，求证：四边形 $CNPM$ 为正方形；

②当 $30^\circ<\alpha<60^\circ$ 时，写出线段 MP，DP，CD 的数量关系，并证明；当 $60^\circ<\alpha<120^\circ$ 时，直接写出线段 MP，DP，CD 的数量关系．

【解答】（1）证明：设 $AC=DE=a$，

$\because \angle ABC=\angle DEF=90^{\circ}$，$\angle BAC=45^{\circ}$，

$\therefore \angle A=\angle C=45^{\circ}$，

$\therefore AB=BC$，

$\because BM\perp AC$，

$\therefore BM=AM=CM=\dfrac{1}{2}AC=\dfrac{1}{2}a$，

$\because \angle EDF=30^{\circ}$，$EN\perp DF$，

$\therefore EN=\dfrac{1}{2}DE=\dfrac{1}{2}a$，

$\therefore BM=EN$；

（2）①证明：$\because \angle D=30^{\circ}$，$CN\perp DF$，

$\therefore \angle CND=90^{\circ}$，$\angle DCN=90^{\circ}-30^{\circ}=60^{\circ}$，

$\because \alpha=\angle ACD=30^{\circ}$，

$\therefore \angle ACN=90^{\circ}$，

$\because BM\perp AC$，

$\therefore \angle PMC=\angle BMC=90^{\circ}$，

$\therefore$四边形 $PMCN$ 为矩形，

$\because BM=EN$，即 $BM=CN$，

而 $BM=CM$，

$\therefore CM=CN$，

$\therefore$四边形 $PMCN$ 是正方形；

②解：当 $30^{\circ}<\alpha<60^{\circ}$ 时，线段 MP，DP，CD 的数量关系为 $\dfrac{DP+MP}{CD}=\dfrac{\sqrt{3}}{2}$；当 $60^{\circ}<\alpha<120^{\circ}$ 时，线段 MP，DP，CD 的数量关系为 $\dfrac{MP-DP}{CD}=\dfrac{\sqrt{3}}{2}$．理由如下：

如图 1，当 $30^{\circ}<\alpha<60^{\circ}$ 时，连接 CP，

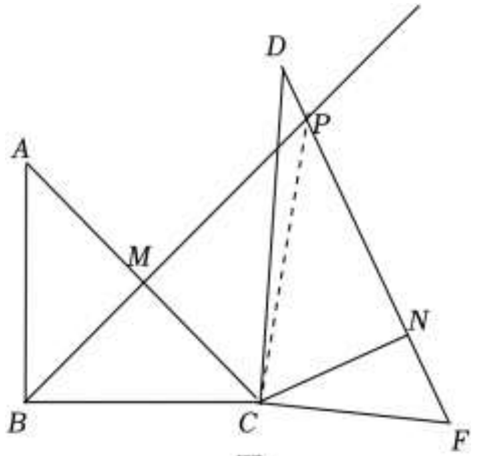


图1

由（1）可得：$CM=CN$，$\angle PMC=\angle PNC=90^{\circ}$，

$\because CP=CP$，

$\therefore Rt\triangle PMC\cong Rt\triangle PNC(HL)$，

$\therefore PM=PN$，

$\therefore MP+DP=PN+DP=DN$，

$\because \angle D=30^{\circ}$，

$\therefore \cos D=\dfrac{DN}{CD}=\dfrac{DP+MP}{CD}=\cos 30^{\circ}=\dfrac{\sqrt{3}}{2}$，

$\therefore \dfrac{DP+MP}{CD}=\dfrac{\sqrt{3}}{2}$；

如图2，当$60^{\circ}<\alpha<120^{\circ}$时，连接$CP$，

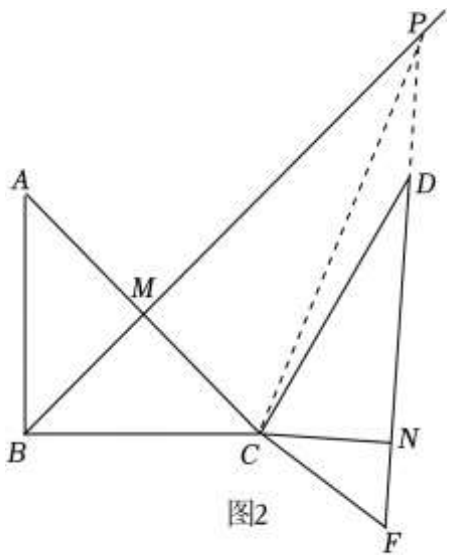


图2

由（1）可得：$CM=CN$，$\angle PMC=\angle PNC=90^{\circ}$，

$\because CP=CP$，

$\therefore Rt\triangle PMC\cong Rt\triangle PNC(HL)$，

$\therefore PM = PN$，

$\therefore DN = PN - DP = MP - DP$，

$\because \angle CDF = 30°$，

$\therefore \cos\angle CDF = \dfrac{DN}{CD} = \dfrac{MP - DP}{CD} = \cos 30° = \dfrac{\sqrt{3}}{2}$，

$\therefore \dfrac{MP - DP}{CD} = \dfrac{\sqrt{3}}{2}$，

综上，当 $30° < \alpha < 60°$ 时，线段 MP，DP，CD 的数量关系为 $\dfrac{DP + MP}{CD} = \dfrac{\sqrt{3}}{2}$；当 $60° < \alpha < 120°$ 时，线段 MP，DP，CD 的数量关系为 $\dfrac{MP - DP}{CD} = \dfrac{\sqrt{3}}{2}$．

23．（12 分）在平面直角坐标系 xOy 中，点 $P(2,-3)$ 在二次函数 $y = ax^2 + bx - 3(a > 0)$ 的图象上，记该二次函数图象的对称轴为直线 $x = m$．

（1）求 m 的值；

（2）若点 $Q(m,-4)$ 在 $y = ax^2 + bx - 3$ 的图象上，将该二次函数的图象向上平移 5 个单位长度，得到新的二次函数的图象．当 $0\leqslant x\leqslant 4$ 时，求新的二次函数的最大值与最小值的和；

（3）设 $y = ax^2 + bx - 3$ 的图象与 x 轴交点为 $(x_1,\ 0)$，$(x_2,\ 0)(x_1 < x_2)$．若 $4 < x_2 - x_1 < 6$，求 a 的取值范围．

【解答】解：（1）$\because$ 点 $P(2,-3)$ 在二次函数 $y = ax^2 + bx - 3(a > 0)$ 的图象上，

$\therefore 4a + 2b - 3 = -3$，

解得：$b = -2a$，

$\therefore$ 抛物线为：$y = ax^2 - 2ax - 3$，

$\therefore$ 抛物线的对称轴为直线 $x = -\dfrac{-2a}{2a} = 1$，

$\therefore m = 1$；

（2）$\because$ 点 $Q(1,-4)$ 在 $y = ax^2 - 2ax - 3$ 的图象上，

$\therefore a - 2a - 3 = -4$，

解得：$a = 1$，

$\therefore$ 抛物线为 $y = x^2 - 2x - 3 = (x-1)^2 - 4$，

将该二次函数的图象向上平移 5 个单位长度，得到新的二次函数为：

$y=(x-1)^2-4+5=(x-1)^2+1$，

$\because 0\leqslant x\leqslant 4$，

$\therefore$ 当 $x=1$ 时，函数有最小值为 1，

当 $x=4$ 时，函数有最大值为 $(4-1)^2+1=10$

$\therefore$ 新的二次函数的最大值与最小值的和为 11；

（3）$\because y=ax^2-2ax-3$ 的图象与 x 轴交点为 $(x_1，0)$，$(x_2，0)(x_1<x_2)$．

$\therefore x_1+x_2=2$，$x_1\cdot x_2=-\dfrac{3}{a}$，

$\because x_2-x_1=\sqrt{(x_1+x_2)^2-4x_1x_2}$，

$\therefore x_2-x_1=\sqrt{4+\dfrac{12}{a}}=2\sqrt{1+\dfrac{3}{a}}$，

$\because 4<x_2-x_1<6$，

$\therefore 4<2\sqrt{1+\dfrac{3}{a}}<6$ 即 $2<\sqrt{1+\dfrac{3}{a}}<3$，

解得：$\dfrac{3}{8}<a<1$．