

## 济南市 2024 年九年级学业水平考试

### 数学试题

本试卷共 8 页，满分 150 分。考试时间为 120 分钟

注意事项：

- 答卷前，考生务必将自己的姓名、准考证号、座号等填写在答题卡和试卷指定位置上。
- 回答选择题时，选出每小题答案，用 2B 铅笔把答题卡上对应题目的答案标号涂黑。如需改动，用橡皮擦干净后，再选涂其他答案标号。回答非选择题时，用 0.5mm 黑色签字笔将答案写在答题卡上。写在本试卷上无效。
- 考试结束后，将本试卷和答题卡一并交回。

一、选择题：本题共 10 小题，每小题 4 分，共 40 分。每小题只有一个选项符合题目要求。

1. 9 的相反数是 ( )

- A.  $\frac{1}{9}$                       B.  $-\frac{1}{9}$                       C. 9                      D. -9

2. 黑陶是继彩陶之后中国新石器时代制陶工艺的又一个高峰，被誉为“土与火的艺术，力与美的结晶”。如图是山东博物馆收藏的蛋壳黑陶高柄杯。关于它的三视图，下列说法正确的是 ( )



- A. 主视图与左视图相同                      B. 主视图与俯视图相同
- C. 左视图与俯视图相同                      D. 三种视图都相同

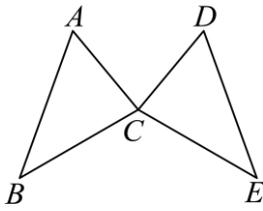
3. 截止 2023 年底，我国森林面积约为 3465000000 亩，森林覆盖率达到 24.02%，将数字 3465000000 用科学记数法表示为 ( )

- A.  $0.3465 \times 10^9$                       B.  $3.465 \times 10^9$                       C.  $3.465 \times 10^8$                       D.  $34.65 \times 10^8$

4. 一个正多边形，它的每一个外角都等于  $45^\circ$ ，则该正多边形是 ( )

- A. 正六边形                      B. 正七边形                      C. 正八边形                      D. 正九边形

5. 如图，已知  $\triangle ABC \cong \triangle DEC$ ， $\angle A = 60^\circ$ ， $\angle B = 40^\circ$ ，则  $\angle DCE$  的度数为 ( )。



- A.  $40^\circ$                       B.  $60^\circ$                       C.  $80^\circ$                       D.  $100^\circ$

6. 下列运算正确的是 ( )

- A.  $3x + 3y = 6xy$             B.  $(xy^2)^3 = xy^6$             C.  $3(x+8) = 3x+8$             D.  $x^2 \cdot x^3 = x^5$

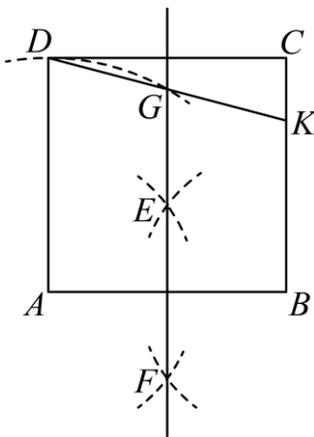
7. 若关于  $x$  的方程  $x^2 - x - m = 0$  有两个不相等的实数根, 则实数  $m$  的取值范围是 ( )

- A.  $m < -\frac{1}{4}$                       B.  $m > -\frac{1}{4}$                       C.  $m < -4$                       D.  $m > -4$

8. 3月14日是国际数学节, 某学校在今年国际数学节策划了“竞速华容道”“玩转幻方”和“巧解鲁班锁”三个挑战活动, 如果小红和小丽每人随机选择参加其中一个活动, 则她们恰好选到同一个活动的概率是 ( )

- A.  $\frac{1}{9}$                                   B.  $\frac{1}{6}$                                   C.  $\frac{1}{3}$                                   D.  $\frac{2}{3}$

9. 如图, 在正方形  $ABCD$  中, 分别以点  $A$  和  $B$  为圆心, 以大于  $\frac{1}{2}AB$  的长为半径作弧, 两弧相交于点  $E$  和  $F$ , 作直线  $EF$ , 再以点  $A$  为圆心, 以  $AD$  的长为半径作弧交直线  $EF$  于点  $G$  (点  $G$  在正方形  $ABCD$  内部), 连接  $DG$  并延长交  $BC$  于点  $K$ . 若  $BK = 2$ , 则正方形  $ABCD$  的边长为 ( )



- A.  $\sqrt{2} + 1$                       B.  $\frac{5}{2}$                                   C.  $\frac{3+\sqrt{5}}{2}$                       D.  $\sqrt{3} + 1$

10. 如图 1,  $\triangle ABC$  是等边三角形, 点  $D$  在边  $AB$  上,  $BD = 2$ , 动点  $P$  以每秒 1 个单位长度的速度从点  $B$  出发, 沿折线  $BC - CA$  匀速运动, 到达点  $A$  后停止, 连接  $DP$ . 设点  $P$  的运动时间为  $t$  (s),  $DP^2$  为  $y$ . 当动点  $P$  沿  $BC$  匀速运动到点  $C$  时,  $y$  与  $t$  的函数图象如图 2 所示. 有以下四个结论:

①  $AB = 3$ ;

② 当  $t = 5$  时,  $y = 1$ ;

③ 当  $4 \leq t \leq 6$  时,  $1 \leq y \leq 3$ ;

④ 动点  $P$  沿  $BC - CA$  匀速运动时, 两个时刻  $t_1, t_2 (t_1 < t_2)$  分别对应  $y_1$  和  $y_2$ , 若  $t_1 + t_2 = 6$ , 则  $y_1 > y_2$ . 其

中正确结论的序号是 ( )

A. ①②③

B. ①②

C. ③④

D. ①②④

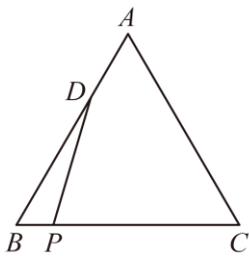


图1

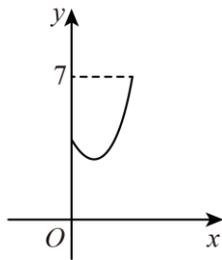
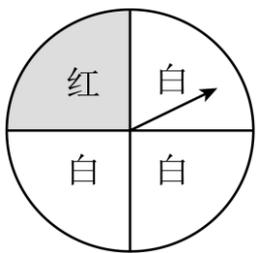


图2

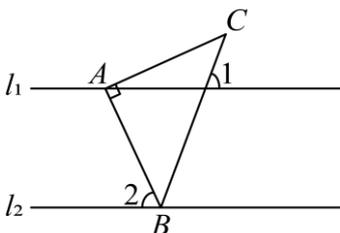
二、填空题: 本题共 5 小题, 每小题 4 分, 共 20 分. 直接填写答案.

11. 若分式  $\frac{x-1}{2x}$  的值为 0, 则  $x$  的值是\_\_\_\_\_.

12. 如图是一个可以自由转动的转盘, 转盘被等分成四个扇形, 转动转盘, 当转盘停止时, 指针落在红色区域的概率为\_\_\_\_\_.



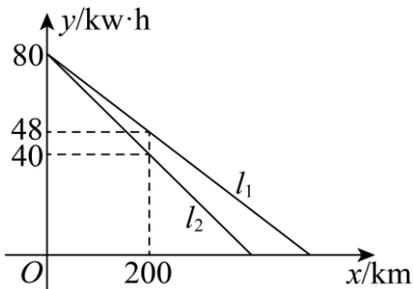
13. 如图, 已知  $l_1 \parallel l_2$ ,  $\triangle ABC$  是等腰直角三角形,  $\angle BAC = 90^\circ$ , 顶点  $A, B$  分别在  $l_1, l_2$  上, 当  $\angle 1 = 70^\circ$  时,  $\angle 2 =$ \_\_\_\_\_.



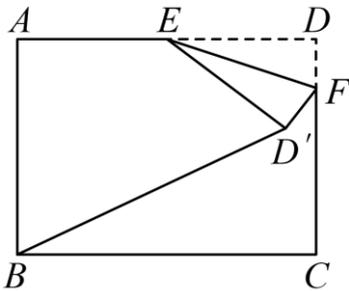
14. 某公司生产了  $A, B$  两款新能源汽车. 如图,  $l_1, l_2$  分别表示  $A$  款,  $B$  款新能源汽车充满电后电池

剩余电量  $y(\text{kw}\cdot\text{h})$  与汽车行驶路程  $x(\text{km})$  的关系. 当两款新能源汽车的行驶路程都是  $300\text{km}$  时,

A 款新能源汽车电池的剩余电量比 B 款新能源汽车电池的剩余电量多 \_\_\_\_\_  $\text{kw}\cdot\text{h}$ .



15. 如图, 在矩形纸片  $ABCD$  中,  $AB = \sqrt{2}, AD = 2$ ,  $E$  为边  $AD$  的中点, 点  $F$  在边  $CD$  上, 连接  $EF$ , 将  $\triangle DEF$  沿  $EF$  翻折, 点  $D$  的对应点为  $D'$ , 连接  $BD'$ . 若  $BD' = 2$ , 则  $DF =$  \_\_\_\_\_.



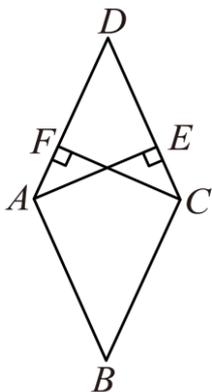
三、解答题: 本题共 10 小题, 共 90 分. 解答应写出文字说明、证明过程或演算步骤.

16. 计算:  $\sqrt{9} - (\pi - 3.14)^0 + \left(\frac{1}{4}\right)^{-1} + |\sqrt{3}| - 2\cos 30^\circ$ .

17. 解不等式组:  $\begin{cases} 4x > 2(x-1) & \text{①} \\ \frac{x+2}{2} < \frac{x+5}{3} & \text{②} \end{cases}$ , 并写出它的所有整数解.

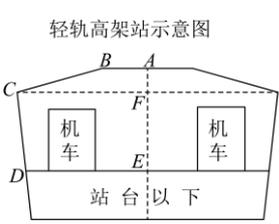
18. 如图, 在菱形  $ABCD$  中,  $AE \perp CD$ , 垂足为  $E, CF \perp AD$ , 垂足为  $F$ .

求证:  $AF = CE$ .



19. 城市轨道交通发展迅猛，为市民出行带来极大方便，某校“综合实践”小组想测得轻轨高架站 相关距离，数据勘测组通过勘测得到了如下记录表：

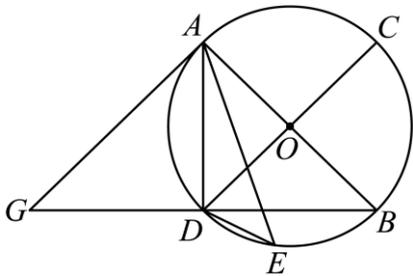


综合实践活动记录表	
活动内容	测量轻轨高架站的相关距离
测量工具	测倾器，红外测距仪等
过程资料	<div style="display: flex; align-items: center;"> <div style="flex: 1;"> <p style="text-align: center;">轻轨高架站示意图</p>  </div> <div style="flex: 2; padding-left: 20px;"> <p>相关数据及说明：图中点 <math>A, B, C, D, E, F</math> 在同平面内，房顶 <math>AB</math>，吊顶 <math>CF</math> 和地面 <math>DE</math> 所在的直线都平行，点 <math>F</math> 在与地面垂直的中轴线 <math>AE</math> 上，<math>\angle BCD = 98^\circ</math>，<math>\angle CDE = 97^\circ</math>，<math>AE = 8.5\text{m}</math>，<math>CD = 6.7\text{m}</math>。</p> </div> </div>
成果梳理	.....

请根据记录表提供的信息完成下列问题：

- (1) 求点  $C$  到地面  $DE$  的距离；
- (2) 求顶部线段  $BC$  的长。（结果精确到  $0.01\text{m}$ ，参考数据： $\sin 15^\circ \approx 0.259$ ， $\cos 15^\circ \approx 0.966$ ， $\tan 15^\circ \approx 0.268$ ， $\sin 83^\circ \approx 0.993$ ， $\cos 83^\circ \approx 0.122$ ， $\tan 83^\circ \approx 8.144$ ）

20. 如图,  $AB, CD$  为  $\odot O$  直径, 点  $E$  在  $BD$  上, 连接  $AE, DE$ , 点  $G$  在  $BD$  的延长线上,  $AB = AG, \angle EAD + \angle EDB = 45^\circ$ .



(1) 求证:  $AG$  与  $\odot O$  相切;

(2) 若  $BG = 4\sqrt{5}, \sin \angle DAE = \frac{1}{3}$ , 求  $DE$  的长.

21. 2024年3月25日是第29个全国中小学生安全教育日, 为提高学生安全防范意识和自我防护能力, 某校开展了校园安全知识竞赛(百分制), 八年级学生参加了本次活动. 为了解该年级的答题情况, 该校随机抽取了八年级部分学生的竞赛成绩(成绩用  $x$  表示, 单位: 分)

并对数据(成绩)进行统计整理. 数据分为五组:

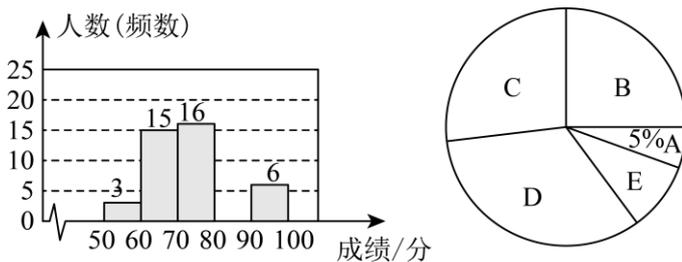
A:  $50 \leq x < 60$ ; B:  $60 \leq x < 70$ ; C:  $70 \leq x < 80$ ; D:  $80 \leq x < 90$ ; E:  $90 \leq x \leq 100$ .

下面给出了部分信息:

a: C组的数据:

70, 71, 71, 72, 72, 72, 74, 74, 75, 76, 76, 76, 78, 78, 79, 79.

b: 不完整的学生竞赛成绩频数直方图和扇形统计图如下:



请根据以上信息完成下列问题:

(1) 求随机抽取的八年级学生人数;

(2) 扇形统计图中B组对应扇形的圆心角为\_\_\_\_\_度;

(3) 请补全频数直方图;

(4) 抽取的八年级学生竞赛成绩的中位数是\_\_\_\_\_分;

(5) 该校八年级共900人参加了此次竞赛活动, 请你估计该校八年级参加此次竞赛活动成绩达到80分及

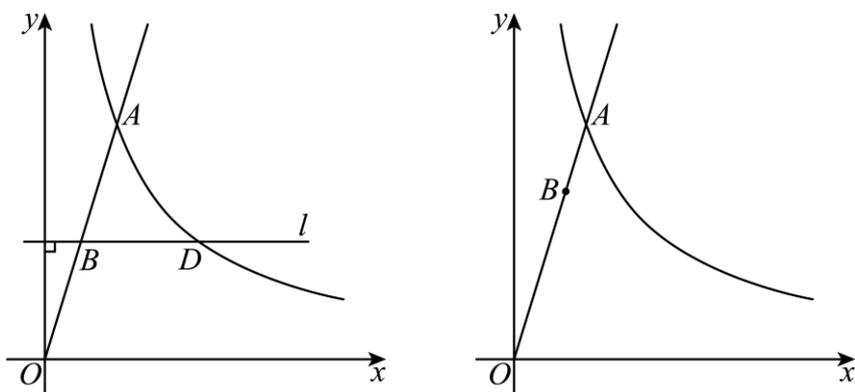
以上的学生人数.

22. 近年来光伏建筑一体化广受关注. 某社区拟修建  $A, B$  两种光伏车棚. 已知修建 2 个  $A$  种光伏车棚和 1 个  $B$  种光伏车棚共需投资 8 万元, 修建 5 个  $A$  种光伏车棚和 3 个  $B$  种光伏车棚共需投资 21 万元.

(1) 求修建每个  $A$  种,  $B$  种光伏车棚分别需投资多少万元?

(2) 若修建  $A, B$  两种光伏车棚共 20 个, 要求修建的  $A$  种光伏车棚的数量不少于修建的  $B$  种光伏车棚数量的 2 倍, 问修建多少个  $A$  种光伏车棚时, 可使投资总额最少? 最少投资总额为多少万元?

23. 已知反比例函数  $y = \frac{k}{x} (x > 0)$  的图象与正比例函数  $y = 3x (x \geq 0)$  的图象交于点  $A(2, a)$ , 点  $B$  是线段  $OA$  上 (不与点  $A$  重合) 的一点.



(1) 求反比例函数的表达式;

(2) 如图 1, 过点  $B$  作  $y$  轴的垂线  $l$ ,  $l$  与  $y = \frac{k}{x} (x > 0)$  的图象交于点  $D$ , 当线段  $BD = 3$  时, 求点  $B$  的坐标;

(3) 如图 2, 将点  $A$  绕点  $B$  顺时针旋转  $90^\circ$  得到点  $E$ , 当点  $E$  恰好落在  $y = \frac{k}{x} (x > 0)$  的图象上时, 求点  $E$  的坐标.

24. 在平面直角坐标系  $xOy$  中, 抛物线  $C_1: y = x^2 + bx + c$  经过点  $A(0, 2), B(2, 2)$ , 顶点为  $D$ ; 抛物线  $C_2: y = x^2 - 2mx + m^2 - m + 2 (m \neq 1)$ , 顶点为  $Q$ .

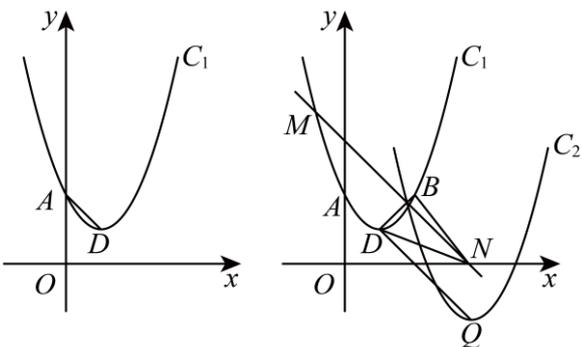


图1

图2

(1) 求抛物线  $C_1$  表达式及顶点  $D$  的坐标;

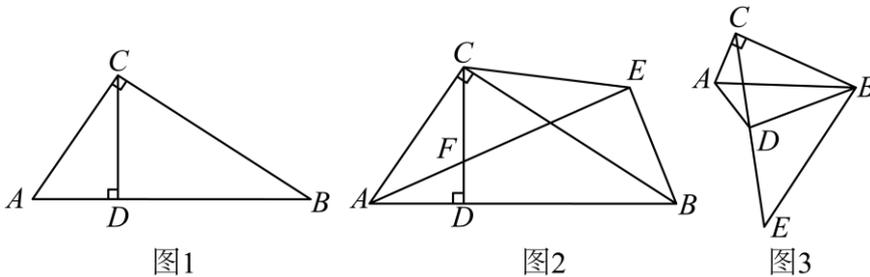
(2) 如图 1, 连接  $AD$ , 点  $E$  是抛物线  $C_1$  对称轴右侧图象上一点, 点  $F$  是抛物线  $C_2$  上一点, 若四边形  $ADFE$  是面积为 12 的平行四边形, 求  $m$  的值;

(3) 如图 2, 连接  $BD, DQ$ , 点  $M$  是抛物线  $C_1$  对称轴左侧图象上的动点 (不与点  $A$  重合), 过点  $M$  作  $MN \parallel DQ$  交  $x$  轴于点  $N$ , 连接  $BN, DN$ , 求  $\triangle BDN$  面积的最小值.

25. 某校数学兴趣小组的同学在学习了图形的相似后, 对三角形的相似进行了深入研究.

(一) 拓展探究

如图 1, 在  $\triangle ABC$  中,  $\angle ACB = 90^\circ, CD \perp AB$ , 垂足为  $D$ .



(1) 兴趣小组的同学得出  $AC^2 = AD \cdot AB$ . 理由如下:

$\because \angle ACB = 90^\circ$	$\because \angle A = \angle A$
$\therefore \angle A + \angle B = 90^\circ$	$\therefore \triangle ABC \sim \triangle ACD$
$\because CD \perp AB$	$\therefore \frac{AB}{AC} = \textcircled{2}$ _____
$\therefore \angle ADC = 90^\circ$	$\therefore AC^2 = AD \cdot AB$
$\therefore \angle A + \angle ACD = 90^\circ$	
$\therefore \angle B = \textcircled{1}$ _____	

请完成填空: ① \_\_\_\_\_; ② \_\_\_\_\_;

(2) 如图 2,  $F$  为线段  $CD$  上一点, 连接  $AF$  并延长至点  $E$ , 连接  $CE$ , 当  $\angle ACE = \angle AFC$  时, 请判断  $\triangle AEB$  的形状, 并说明理由.

(二) 学以致用

(3) 如图 3,  $\triangle ABC$  是直角三角形,  $\angle ACB = 90^\circ, AC = 2, BC = 2\sqrt{6}$ , 平面内一点  $D$ , 满足  $AD = AC$ , 连接  $CD$  并延长至点  $E$ , 且  $\angle CEB = \angle CBD$ , 当线段  $BE$  的长度取得最小值时, 求线段  $CE$  的长.